The Culture of Islamic Architecture & Urbanism

Descriptive and Analytical Study of the Structure and Elements of Muqarnas according to the Fourth Article of the Ninth Chapter of Al-Kashi's Meftah al-Hisab Treatise

Zahra Zamani[1], Maryam Ekhtiari2*, Kaveh Fattahi[3]

[1] Master in Architectural Engineering Faculty of Art and Architecture, Shiraz University, Shiraz, Iran.
[2] Assistant Professor, Faculty of Art and Architecture, Shiraz University, Shiraz, Iran.
[3] Assistant Professor, Faculty of Art and Architecture, Shiraz University, Shiraz, Iran.

Muqarnas, as one of architectural decorative arts, is an expression of Iranian culture and can represent the hidden parts of Iran's cultural landscape. The complex geometry of muqarnas is made of several basic structures in successive layers. The flexible language of muqarnas in creating various types has made it difficult to understand the geometrical order of this art and therefore, it has been labeled as authorship. In the meantime, the first computational and geometrical approach to muqarnas was presented by Ghiyasuddin Jamshid Kashani (758-808 AH) in the fourth article of the book Miftah al-Hisab. Today many compositions and interpretations of this book with different points of view which provides basic information in the field of muqarnas are available. In addition, the present research has searched for the constituent structure and the elements and units of this complex structure, by examining Kashani's approach and recognizing the productive components of muqarnas from his point of view. In this regard, we have tried to draw all the possible situations (modes) according to the realities of muqarnas, through logical reasoning.

Accordingly, this research tries to present a more accurate understanding of Al-Kashi's treatise using 3D techniques. To do so, in the first phase the original article in Arabic has been studied consulting with Arabic language scholars in Shiraz University to better comprehend the text. Secondly, the related literatures have been studied and compared. These phases helped us to know that the key point in misunderstanding and/or different interpretations of Kashi's Muqarnas types lie on different comprehension of muqarnas fundamental units as were described by al-Kashi. This paper introduces the components as follows: *outer shell*, *inner shell*, *lower roof*, *upper roof*, *facet* and *facet base*. That is preventing from inaccurate use of technical vocabulary for identification of Muqarnas structures and also resulting in more accurate and concise understanding of Al-Kashi muqarnas typologies. Furthermore, using the introduced muqarnas components in previous phase, a detailed identification of Al-Kashi muqarnas typologies is presented. In his Article Al-Kashi classified Muqarnas into four main categories namely *Simple (sazej/sade)*, *clay-plastered (motayyan)*, *curved (ghos)* and *Shirazi*.

In addition, the present research has searched for the constituent structure, the elements, and units of this complex structure, by examining Kashani's approach and recognizing the productive components of muqarnas from his point of view. In this regard, we have tried to draw all the possible situations and modes according to the realities of muqarnas, through logical reasoning.

In total, 16 elements can be identified as compositional examples according to the principles of construction of muqarnas. Thirteen elements have been seen exactly in real examples in Iran, and the rest of the elements have been seen in other examples of muqarnas in the world or in later models of muqarnas, i.e., radial patterns. In addition, it was found that the muqarnas with checkerboard principles have precise principles and the existence of symmetry and the use of a series of fixed values and sizes (1.1/2 √(2), 1-√(2) and 0.765367) in total.

Keywords: Muqarnas; Al-Kashi; Meftah el-Hessab; Typology; Fundamentals Components

* Corresponding author. E-mail: m_ekhtiari@shirazu.ac.ir

مقالهٔ پژوهشی

DOI: 10.52547/ciauj.8.1.428

سال هشتم، شماره اول – بهار و تابستان ۱۴۰۲

بررسی توصیفی و تحلیلی ساختار و اِلمان‌های مقرنس مطابق با مقاله چهارم باب نهم رساله مفتاح الحساب غیاث‌الدین جمشید کاشانی

زهرا زمانی [۱] ، مریم اختیاری [۲]*، کاوه فتاحی [۳]

[۱] دانش‌آموخته کارشناسی ارشد معماری، دانشکده هنر و معماری، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران.

[۲] استادیار گروه معماری، دانشکده هنر و معماری، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران.

[۳] استادیار گروه معماری، دانشکده هنر و معماری، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران

(تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۱/۰۹/۱۲، تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۲/۰۲/۱۷)

چکیده

مقرنس به‌عنوان یکی از هنرهای وابسته به معماری، نمودی از فرهنگ ایرانی است و می‌تواند بخش‌های نهان منظر فرهنگی ایران را نمود دهد. هند سه پیچیده مقرنس بر ساخته از چند ساختار پایه در لایه‌های متواتر ا ست. زبان منعطف مقرنس در ایجاد گونه‌های متنوع، موجب شده تا درک نظم هند سیِ این هنر، سخت قلمداد شده و لذا برچ سب تألیفی بودن بر آن زده شود. در این میان، یکی از شاخص‌ترین نوشتار با رویکرد محاسباتی و هندسی به مقرنس در مقاله چهارم کتاب مفتاح الحسابِ غیاث‌الدین جمشید کاشانی (۷۵۸– ۸۰۸ ه‍ش) آمده است که امروزه تألیفات و تفسیرهای متعددی از این بخش، به‌عنوان اطلاعات پایه در زمینه مقرنس ارائه گردیده‌است. به‌علاوه، پژوهش حاضر با یاری گرفتن از تلاش‌های غیاث‌الدین جمشید کاشانی، به جستجوی ساختار تشکیل‌دهنده و المان‌ها و واحدهای این ساختار پیچیده پرداخته است و با بررسی رویکرد کاشانی و شناخت اجزای مولد مقرنس از دیدگاه او، به بررسی و جستجوی حالت‌های مختلف تشکیل المان‌های مقرنس در هندسه مذکور پرداخته‌است. در این راستا، سعی شده کلیه حالت‌های ممکن ترسیم گردد و با توجه به واقعیات مقرنس، از طریق استدلال منطقی، هر حالت بررسی شود. در صورت مغایرت حالت نظری تشکیل المان، با استنتاج‌های منطقی، آن حالت از جرگه حالت‌های ممکن خارج شده و درنهایت پژوهش حاضر بدین نتیجه دست یافت که با توجه به اصول ساخت مقرنس، ۱۶ المان را می‌توان به‌عنوان نمونه تألیفی مشخص کرد که از این میان ۱۳ نمونه تألیفی دقیقاً در نمونه‌های واقعی در ایران دیده شده‌اند؛ و بقیه المان‌ها در دیگر نمونه‌های مقرنس در جهان یا در الگوهای متأخر مقرنس، یعنی الگوهای شعاعی دیده شده‌است. درضمن مشخص شد که در عین خلقی و ذوقی بودن طراحی مقرنس، برخی از اصول حکمی و تناسبات هندسی نیز در آن‌ها به‌خصوص در گونه‌های شطرنجی که در این مقاله مورد توجه می‌باشد قابل شناسایی است.

واژگان کلیدی

غیاث‌الدین جمشید کاشانی، مفتاح الحساب، مقرنس،گونه‌بندی مقرنس، اجزای مولد.

* نویسنده مسئول مکاتبات: m_ekhtiari@shirazu.ac.ir

مقدمه

مقرنس در دوره‌های مختلف تاریخی از گونه‌ها، طراحی‌ها و اجزای متنوعی تشکیل شده‌است که ویژگی‌های مصالح و تفاوت‌های فرهنگی نیز به‌طور مستقیم بر این تنوع، تأثیر داشته است. تاکنون در این زمینه، گونه‌بندی‌های متفاوتی با رویکرد-های مختلف ارائه شده است. باوجود معرفی گونه‌های مقرنس از دیدگاه‌های مختلف همچنان گونه‌بندی کاشانی در کتاب مفتاح‌الحساب به‌عنوان نخستین دسته‌بندی، یکی از اصلی‌ترین‌ها می‌باشد. (Dold-Samplonius 1992; Dold-Samplonius 1955; Harmsen 2006; Hoeven and Veen 2011; Özdural 1990) کاشانی در این کتاب با هدف تعیین مساحت، مقرنس را از طریق تجزیه اجزا و المان‌های آن در چهار گونه مختلف دسته‌بندی می‌نماید. برمبنای پژوهش‌های نگارندگان، شناخت گونه‌های مقرنس براساس واحدهای تشکیل دهنده مقرنس به‌همراه اصول ساختاری آن یک چارچوب مشخص، برای معماران و طراحان برای کشف فرم‌های جدید ایجاد نموده که زمینه تداوم آن را در ذهن و کالبد جامعه امروز فراهم می‌کند. در این مقاله به‌دنبال کشف المان‌های مختلف مقرنس هستیم که در مسیر فرآیند بازشناسیِ اجزای مقرنس با تأکید بر تألیفات کاشانی ایجاد می‌شود. از طرفی باید این نکته را خاطر نشان ساخت که تمام مطالعاتی که تاکنون در خصوص معرفی و شناخت گونه‌ها و المان های مقرنس صورت گرفته توجهی بر نمونه های موجود نیز داشته‌اند که باعث نادیده انگاشتن اصول اولیه در شکل‌گیری مقرنس می‌شود؛ ولی این مقاله سعی دارد صرفاً مقرنس‌ها را برمبنای اصول اولیه مقرنس در رساله کاشانی، بازخوانی نماید که به‌عنوان مرجعی برای مطالعات بعدی به‌کار رود. قابل توجه است که گاه شناخت نادرست از المان‌های مقرنس، موجب شده است که برداشت نادرستی از دسته‌بندی کاشانی از انواع مقرنس ارائه شود. در اینجا سعی شده است این موارد نیز تصحیح گردد.

۱. پیشینه تحقیق

غیاث‌الدین جمشید کاشانی در بخشی از کتاب مفتاح‌الحساب که به ریاضیات کاربردی برای استفاده‌های عملی در مشاغل متعدد پرداخته‌است، به معرفی و دسته‌بندی مقرنس با محاسبات و ترسیمات هندسی می‌پردازد که این بخش از کتاب به‌عنوان اولین نوشتار با این رویکرد شناخته شده و مورد توجه مؤلفان و پژوهشگران می‌باشد؛ و منبعی مهم در راستای شناخت انواع مقرنس محسوب می‌شود (Dold-Samplonius 1992; Dold-Samplonius And Harmsen 2005; Harmsen 2006; Hoeven and Veen 2011; Özdural 1990;). در زمینه بازشناسی آلت‌ها و المان‌های مقرنس در دوره‌های اخیر، لرزاده و شعرباف به معرفی نقوش هندسی و آموزش ترسیم‌گونه‌ای از مقرنس پرداخته‌اند. زمرشیدی نیز در کتاب «گنبد و عناصر طاقی ایران» به بررسی اجزای مقرنس و شیوه‌های ساخت آن در دوره‌های تاریخی مختلف می‌پردازد. (Zemorshedi 2011) امروزه تلاش‌های بسیاری در زمینه بازآفرینی و بازشناسی مقرنس و تحلیل آن‌ها با نرم‌افزارهای متعدد در سطح جهانی صورت گرفته که با توجه به طراحی دوبعدی مقرنس، گزینه‌های سه‌بعدی مختلف را پیشنهاد می دهند.

در این راستا، یاغان که ساختار مقرنس‌ها و شیوه‌های طراحی مقرنس را مورد بررسی قرار می‌دهد، با آشنایی تخصصی به کامپیوتر و نرم‌افزارهای سه بعدی در مقالات متعددی به بازشناسی طرح‌های دو بعدی در جهت ایجاد حجم‌های سه بعدی مختلف پرداخته و دسته‌بندی متفاوتی را از انواع مقرنس‌ها بر اساس الگوهای طراحی آن‌ها ارائه نموده است (Yaghan 2003; Yaghan 2005; Yaghan 2010). به‌طوری‌که در

مقاله «رمزگشایی نقشه‌ی طرحِ دو بعدی یافت شده در تخت سلیمان به ساختارِ سه بعدی مقرنس» در رابطه با طراحی دوبعدی مقرنسِ یافته شده در تخت سلیمان، منتشر شد، گزینه‌های متنوع سه بعدی را از یک طرح دو بعدی پیشنهاد می‌دهد. لازم به ذکر می‌باشد این نمونه طراحی در سال ۱۹٦۸م توسط یک باستان‌شناس آلمانی به نام اولریش هارب بر روی صفحه‌یِ مستطیلیِ گچی (٤۷×۵۰ سانتیمتر با ضخامت سه و نیم در چهار سانتیمتر) در خرابه‌های کاخ ییلاقی ایلخانی در تخت سلیمان یافت شد (Yaghan 2000; Harb 1978). همچنین او مجموعه‌ای از المان‌های پیش‌ساخته‌یِ مقرنس که آرایش آن ها در کنار هم می‌توانند نوع خاصی از مقرنس‌ها را ایجاد نماید پیشنهاد نموده‌است که با تأکید بر طراحی دوبعدی مقرنس ایجاد گردیده‌است. مجموعه‌ای از طراحی های دو بعدی مقرنس در سال ۱۹۸٦ در استانبول در کاخ توپقاپی یافت شده‌است که این کتیبه مربوط به مجموعه‌ای از ۱۱٤ نوع طراحی دوبعدی مقرنس در آغاز قرن شانزده می‌باشد (Dold-Samplonius 1999; Najiboglu 2010). در راستای اهمیت طراحی دوبعدی مقرنس تاکاهاشی (Takahashi 2019) نیز مجموعه‌ای از پلان‌های مقرنس، مربوط به بیش از هزار بنا از سراسر دنیا (خاورمیانه، اروپا و آفریقا) برداشت نموده و آنها را در انواع مختلفی قرارداده‌است.

لازم به ذکر می‌باشد مقرنس در مکان‌ها و دوره‌های مختلف تاریخی، سبک‌ها و طراحی‌های متنوعی را از خود به نمایش گذاشته‌است که می‌توان اظهار داشت ویژگی‌های مصالح در دسترس، تفاوت‌های فرهنگی و شیوه‌های اجرای سازندگان به‌طور مستقیم بر این تنوع، تأثیر داشته‌است. به‌طورکلی چه از لحاظ جغرافیایی و چه از منظر زمانی، تنوع گسترده‌ای از طراحی و ساختار مقرنس وجود دارد، اما مستندات و تألیفات کافی از انواع طراحی‌های مقرنس و شیوه‌های آن موجود نمی‌باشد(Hamekasi, Samavati and Nasri 2011). لذا در این پژوهش سعی گردیده است با شناسایی دقیق المان‌ها و بررسی نمونه‌های قابل شکل‌گیری در ساختار کلی مقرنس به برخی از اصول حکمی طراحی مقرنس در کنار اصول خلقی آن پرداخته شود.

۲. بدنه پژوهش

۱-۲. بررسی رویکرد کاشانی در باب مقرنس

مقرنس از مهم‌ترین عناصر معماری اسلامی است که هندسه پیچیده آن متشکل از چندین ساختارِ واحد در لایه‌های متوالی افقی می‌باشد که همواره به‌واسطه طراحی دو بعدی آن و حجم‌های متنوع سه‌بعدی، مورد توجه بسیاری از پژوهشگران و طراحان قرارگرفته است. در این میان با توجه به زبان منعطف مقرنس در ایجاد ساختارهای متنوع، پژوهش‌های بسیاری در زمینه ساختار تشکیل‌دهنده و واحدهای آن در راستای رمزگشایی این ساختار پیچیده صورت گرفته و انواع مختلفی از مقرنس با رویکردهای مختلف تا به امروز معرفی شده‌است. در این میان به‌واسطه «رویکرد ساختاری» کاشانی به اجزا و المان‌های مقرنس در این مقاله ابتدا به بررسی ساختار مقرنس از دیدگاه غیاث‌الدین جمشید کاشانی که در فصل سوم از مقاله چهارم کتاب مفتاح الحساب ۸۲٤ه.ق (۸۰٦ ه.ش) که به‌عنوان اولین منبع نوشتاری در رابطه با مقرنس مطرح می‌باشد، پرداخته‌می‌شود.

کاشانی در این کتاب با هدف تعیین مساحت، مقرنس را از طریق تجزیه اجزا و المان‌های آن در چهار گونه مختلف شامل ساده، مُطین یا کشیده، قوس و شیرازی[1]، دسته‌بندی می‌نماید. این رویکرد به همراه لزوم شناخت اجزای مقرنس در محاسبه مساحت سطوح مقرنس، موجب شناخت گونه‌ها و اجزایی از مقرنسِ رایج آن زمان می‌شود که مورد توجه تحقیق حاضر می‌باشد. لازم به ذکر می‌باشد اجزای معرفی شده در این مقاله متناسب با سه گونه از مقرنس‌های معرفی شده

(ساده، مُطیّن یا کشیده و قوس) می‌باشد که ساختاری مشابه دارند و کاشانی نیز در معرفی اجزا به آن تأکید نموده‌است[۲].

۲-۲. اجزای[۳] مولد مقرنس

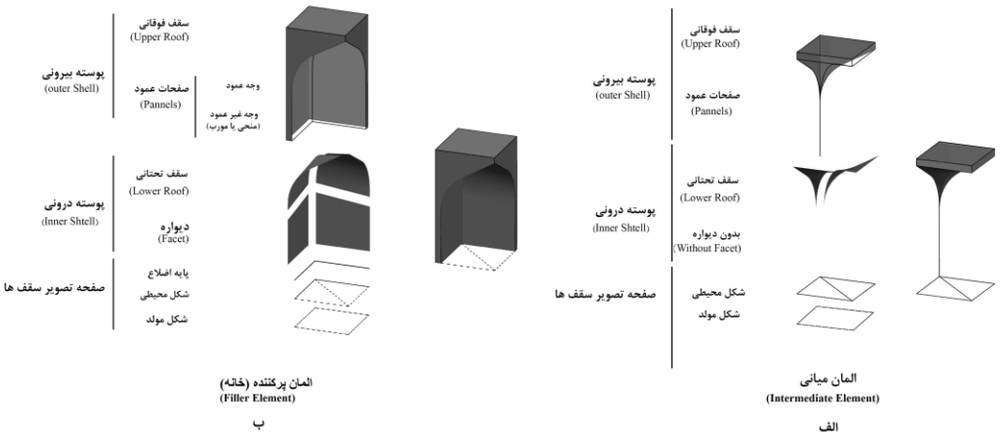
طبق تعریف کاشانی، مقرنس سقفی شبیه به پلکان است که شامل ردیف[۴] هایی افقی می‌باشد و در هر ردیف سلول‌هایی در کنار هم در یک سطح موازی با افق قرار می گیرند. سلول‌ها شامل دو نوع المان مقرنس می‌باشد که در کنار هم ساختار کلی مقرنس را ایجاد می‌نمایند. المان پُرکننده که کاشانی آن را «خانه»[۵] می‌نامد و المان میانی که در دیدگاه کاشانی به‌صورت المان مجزا از آن یاد نمی‌شود. به‌طورکلی هر یک از این المان‌ها خود از ترکیب اجزای دیگری که شامل سقف‌ها[۶] و صفحات عمود[۷] می‌باشد، تشکیل شده است که هر یک از این اجزاء در ترکیبی شکلی و یا نسبتی، المان‌های مقرنس (المان پرکننده و یا میانی) را ایجاد می‌نماید. در این تحقیق نیز، در راستای شناسایی ساختار مقرنس در مقاله کاشانی، ابتدا اجزای مولد به جزء شناسایی می شوند و سپس ترکیب این اجزا در ایجاد المان‌های مختلف مورد بررسی قرار می‌گیرد.

در راستای درک بهتر المان های مقرنس در دیدگاه کاشانی (شکل ۱) ترسیم گردیده‌است که همان‌گونه که در آن مشخص شده‌است، هر المان از سه بخش کلی پوسته بیرونی (Outer Shell)، پوسته درونی (Inner Shell) و صفحه تصویر سقف‌ها ایجاد گردیده‌است که در تصویر زیر تمامی اجزا نام‌گذاری گردیده و در ادامه به معرفی هر یک پرداخته می‌شود.

لازم به ذکر است در نسخه کاشانی المان مقرنس با عنوان خانه خوانده شده که هر یک از سطوح عمودی (شامل دیواره‌ها و صفحات عمود به همراه سقف‌های آن تشکیل می‌شود. وی از المان‌های میانی که صرفاً از سقف تشکیل شده است به‌عنوان المان مجزا یاد نمی‌کند اگرچه کاشانی در محاسبات درجایی که نیاز است، از آن استفاده می نماید؛ بنابراین با توجه به تعاریف کاشانی از ساختار مقرنس، خانه‌ها در سطوح موازی با افق (ردیف یا قطار)، مجاور هم قرار می‌گیرند و بسته به طرح مقرنس و هم‌نشینی خانه‌ها در کنار هم المان‌های میانی، سقف این خانه‌ها را به هم متصل می‌نماید.

معرفی سقف‌ها و صفحه تصویر آن

در دیدگاه کاشانی، سقف در المان‌های مقرنس، به‌عنوان جزئی مولد از ساختار آن، به‌صورت سطحی تعریف شده‌است که به دو حالت موازی و غیرموازی با خط افق بر روی سطوح عمود المان‌های مقرنس قرار می‌گیرد؛ و با توجه به شکل ۱، به ترتیب سقف فوقانی (در پوسته بیرونی) و سقف تحتانی (در پوسته درونی) نام‌گذاری می گردند. مطابق با بررسی‌های کاشانی، سقف‌های مقرنس در سه گونه‌ی مقرنس‌های معرفی شده (ساده، مُطیّن یا کشیده و قوس) از اشکال پایه محدودی تشکیل یافته‌اند که این اشکال توسط کاشانی در رساله ترسیم شده‌است. این اشکال که در (شکل ۲) ترسیم‌شده‌اند شامل لوزی (المعین)، مربع (المربع)، جودانه (الجودانه[۸])، دوپایه (ذوالرجلین) و لوزه (بادامی) می‌باشند[۹]. با توجه به نگاه کاشانی این اشکال دوبعدی به دو صورت مورد استفاده قرار می‌گیرند. صورت اول استفاده از اشکال خالص مربع، لوزی و جودانه می‌باشد و صورت دوم، استفاده از این اشکال خالص به‌عنوان زمینه‌ی مولد و بخش مجزا شده‌ای از این اشکال می‌باشد که در این حالت، اشکال دوبعدی دیگری ایجاد می‌شوند که در (شکل ۳) مشخص گردیده‌است. در میان اشکال صورت دوم، اشکال نصف مربع (شکل حاصل از مربعی که از قطر مربع برش داده شده‌باشد)، نصف لوزی (شکل حاصل از لوزی‌ای که از قطر کوچک لوزی برش داده شده‌باشد)، باطیه[۱۰] و دوپایه بزرگ که علی‌رغم تعریف توسط کاشانی در رساله، در نسخه چاپ سنگی موجود رساله مفتاح الحساب ترسیم نشده‌است، جای می‌گیرند (توضیحات بیشتر اشکال در جدول ۱ آمده‌است).

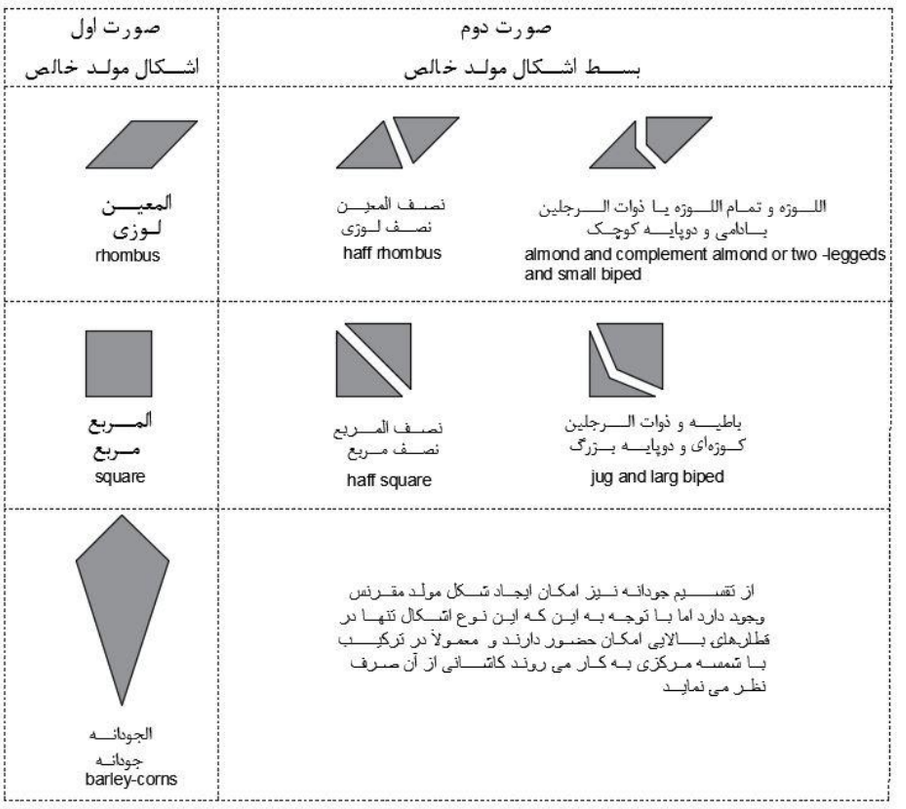


شکل ۱: سلول مولد الف: المان میانی و اجزای آن. ب: المان پرکننده (خانه) و اجزای آن

Fig. 1: Generating cell A: Intermediate element and its components. B: Filler element and its components (Authors 2023)

شکل ۲: ترسیم اشکال دو بعدی سقف توسط کاشانی (Al-Kashi 1427)

Fig. 2: Drawing of the two-dimensional shapes of the Muqarnas roofs by Al-Kashi (Al-Kashi 1427)



شکل ۳: بسط اشکال دو بعدی سقف در زمینه لوزی و مربع

Fig. 3: Expansion of the two-dimensional shapes of the Muqarnas roof in the bases of rhombuses and squares (Authors 2023)

با توجه به شـــکل ۱ این نوشـــتار، صـــفحه تصـــویر ســـقف‌ها (سقف‌های فوقانی و تحتانی) نیز شامل پایه‌ی ا ضلاع و شکل محیطی می‌با شد که مجموعاً در قالب شکل مولد که در این نوع مقرس (مقرنس‌های شطرنجی[۱۱]) مربع یا لوزی می‌با شد تعریف می‌گردد. شکل محیطی در حقیقت انعکاس افقیِ ا ضلاعِ سقفِ تحتانیِ هر المان می‌با شد. در مقابل، پایه‌ی ا ضلاع از وجوه مهم تشکیل المان در مقرنس می‌باشد و به یک یا حداکثر دو ضلع از شـــکل محیطی اطلاق می‌شـــود که دیواره از روی آن شـــکل می گیرد. صفحه تصویر سقف نیز از یکی از دو صورت اشکال دو بعدی معرفی شده در شکل ۳، ایجاد می‌گردد.

کا شانی در را ستای محا سبه م ساحت سطوح مقرنس و حفظ تناســـبات خانه‌های مقرنس از یک مقیاس مشـــخص با در نظر گرفتن یک واحد پا یه ا ندازه‌گیری برای وجوه عمودی و افقی (ســـقف و غیر از آن) اســـتفاده می‌کند. این مقیاس در المان‌های مقرنس برابر با اندازه‌ی بزرگترین ضلع شکل مولدِ مربع و لوزی و یا ضـــلع کوچک جودانه که اندازه آن‌ها با هم برابر اســـت، می باشـــد؛ و در محاســـبات کاشـــانی به‌عنوان واحد پایه اندازه‌گیری (مدول ا صلی) و معادل «یک» در نظر گرفته می شود. متنا سب با این واحد پایه، تناســـبات دیگر اجزاء تعیین می‌گردد. در (جدول ۱) انواع سقف‌های واحدهای مقرنس معرفی شده‌اند و براساس همان مقیاس کاشانی و واحد پایه اندازه‌گیری وی، تناسبات دیگر اضلاع اشکال مولد سقف نشان داده شده‌است. جالب آنکه اندازه ها و اصولی که توسط کاشانی در رساله عنوان شده‌است با نمونه طراحی دو بعدی مقرنس که در ســـال ۱۹٦۸م توســـط اولریش هارب در خرا به های کاخ ایلخانی در تخت ســـلیمان یافته شده‌است، کاملاً مطابقت دارد.

معرفی صفحات عمودی[۱۲] و شیوه ترسیم آن

در دیدگاه کاشـــانی صـــفحات عمودی، مهم‌ترین جزء از عناصـــر اصلی، در شکل‌گیری مقرنس می‌باشند و از دو جزء کلی عمودی و غیرعمود تشـــکیل شـــده‌اســـت که دیواره‌های اصـــلی المان‌های مقرنس را تـ شکیل می‌دهند. جزء غیرعمودی آن‌چنان‌که در شکل ٤ نیز مشخص شده‌است، می‌تواند با توجه به گونه مقرنس سطح منحنی (در مقرنس قوس) و یا مورب (در مقرنس ســـاده) باشـــد.

کاشانی با توجه به نیاز سازندگان به یک عنصر مشخص و راهنما برای تکثیر، نوع منحنی آن را در زمینه مســـتطیلی به نســـبت دو به یک به دقت ترسیم می‌نماید. این صفحه عمودی در پوسته بیرونی به‌عنوان یک عنصر پیش‌ساخته در طراحی و ساخت مقرنس به‌کار می‌رفته اســـت، در متون با عنوان «پروفیل»، «پنل» و «وجه منحنی» نیز آمـده اســـت. (Harmsen2006; Dold-Samplonius and Harmsen 2005; Dold sampholinious 1992) مراحل ترســـیم آن در (شکل ۵) آمده است.

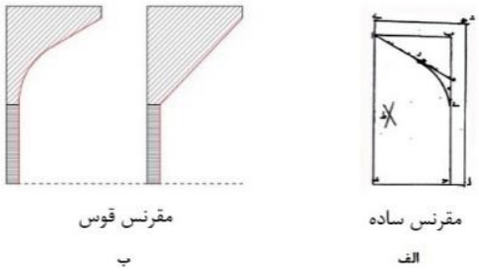
۳-۲. شکل‌گیری المان‌های مقرنس

با توجه به رویکرد کاشانی به گونه‌بندی مقرنس‌ها براساس شکل ساختاری المان‌ها و با توجه به اجزای تـ شکیل دهنده آنها که در مباحث فوق به معرفی آن‌ها پرداخته شـــد، در این بخش ســـعی گردیده‌است با تغییر اجزا در المان‌های مقرنس (پرکننده و میانی)، المان‌های قابل شکل‌گیری مورد برر سی قرارگیرد. در این را ستا، ابتدا با تغییر اجزای مولد تک المان‌ها در نســـبت و شـــکل‌های تعریف شـــده، حالت‌های مختلف المان‌ها شـــناســـایی می‌شـــود. ســـپس با تغییر چید مان متفاوت المان های پرکننده (خا نه) و المان‌های میانی در کنار هم (خانه- خانه، میانی-میانی و خانه- میانی)، امکان ایجاد المان‌ها مورد ســـنجش قرار می‌گیرد. لازم به ذکر است از میان انواع معرفی شده‌ی مقرنس از دیدگاه کاشانی، سه نوع مقرنس ساده، مُطین و قوس تقریباً ساختاری مشابه دارند و تنها در تناســـبات اجزا و نحوه قرارگیری ســـقف های آن - به صورت سطح منحنی یا سطح شیب‌دار- متفاوت‌اند، بنابراین می‌توان ســـاختار المان‌های آن‌ها را به یکدیگر نســـبت داد و با آ شنایی با ساختار یکی از آنها به نحوه شکل‌گیری دو نوع دیگر کاملاً پی برد. ولی در مقرنس شـــیرازی با توجه به تنوع اشـــکال مولد ســـقف و تصـــویرهای مختلف آن بر صـــفحه و همچنین حضـــور اشـــکال دیگری ازجمله ســـتاره‌ها و چندضـــلعی‌ها، امکان‌های بی شماری برای ایجاد المان‌های آن وجود دارد که در این مقیاس قابل بررســـی نمی‌باشـــد؛ بنابراین در این مقاله نیز با توجه به تمرکز کا شانی بر مقرنس قوس-از میان سه نوع ساده، مُطین و قوس، تنها با اشـــاره به مقرنس شـــیرازی، به بررســـی مقرنس‌ها پرداخته می‌شود.

جدول ۱: تناسبات اشکال مولد و بسط یافته المان‌های مقرنس (Authors 2023)

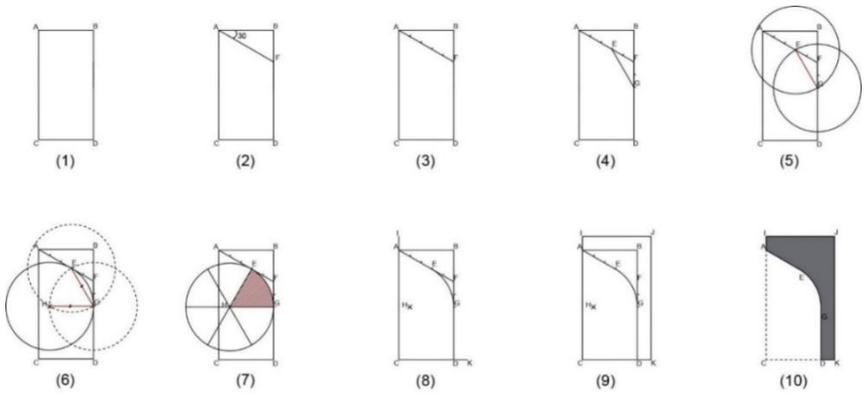
Table. 1: Proportions of the generative and expanded shapes of Muqarnas elements (Authors 2023)

ردیف	نام	شکل مولد سقف	توضیحات	ردیف	نام	شکل مولد سقف	توضیحات
۱	مربع المربع Square		چهار ضلعی با زوایای قائمه و اضلاعی برابر با واحد پایه (مدول)	۲	لوزی المعین Rhomboid		لوزی ای (متوازی اضلاعی) که تمام اضلاع آن برابر با اندازه واحد پایه (مدول) می باشد و زوایای حاده آن ۴۵ درجه باشد.
۳	نصف مربع نصف المربع Half-squre		بخشی از مربع که در امتداد قطر آن برش خورده باشد.	۴	نصف لوزی نصف المعین Half- rhombi		نیمی از لوزی که در راستای قطر کوچک آن برش خورده باشد.
۵	کوزه ای باطیه Jug		یک چهارم هشت ضلعی است که شعاع دایره محصور در آن معادل با واحد پایه (مدول) باشد. (رج. شکل ۷)	۶	بادامی اللوزه Almond		لوزه یا بادامی، چهار ضلعی است که دارای دو زاویه قائمه متقابل و یک زاویه ۴۵ درجه می باشد که اندازه‌ی اضلاع این زاویه معادل با واحد پایه (مدول) می باشد.
۷	دو پایه بزرگ ذوات الرجلین Two- legged		مکمل کوزه ای (باطیه) در زمینه شکل مربع می باشد.	۸	دو پایه کوچک ذوات الرجلین Two- legged		مکمل بادامی در زمینه شکل لوزی می‌باشد.
۹	جودانه الجودانه Barleycorns		چهار ضلعی که دو زاویه باز متقابل برابر هم دارد و دو ضلع کوتاه تر آن اندازه واحد پایه (مدول) می باشد و فقط در ردیف‌های بالایی مقرنس ظاهر می شود.	۱۰	–	–	–



شکل ۴: الف: ترسیم صفحه عمود از ساختار مقرنس توسط کاشانی در نسخه اصلی (Al-Kashi 1427) ب: *سطح عمودی* که از دو جز عمودی (بخش دارای هاشور افقی) و غیرعمودی (بخش دارای هاشور مورب) با دو نوع ضلع منحنی (در مقرنس قوس) و یا مورب (در مقرنس ساده) (نک. به خط قرمز رنگ مولد سطح در بخش دارای هاشور مورب) تشکیل شده است

Fig. 4: A: Drawing of the vertical plane of the muqarnas structure by Al-Kashi in the original version. (Al-Kashi 1427); B: A Panel (Muqarnas vertical surface) consisting of two parts, vertical (horizontal hatched part) and non-vertical (diagonal hatched part) with two types of sides, curved (in the curved muqarnas) and diagonal (in the Simple muqarnas) (note the red line in the diagonal hatching section).



شکل ۵: شیوه ترسیم صفحه عمود با ضلع منحنی به‌عنوان عنصر کلیدی طراحی و ساخت مقرنس[۱۳](Authors 2023)

Fig. 05: The method of drawing a vertical plane with a curved side as a key element of designing and making a muqarnas (Authors 2023)

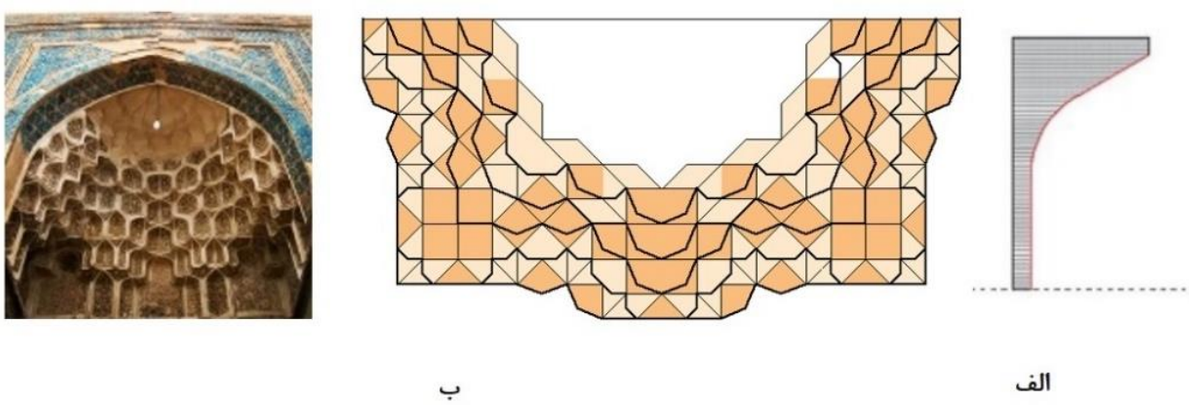
مقرنس قوس

به گفته‌ی کاشانی، مقرنس‌های قوس یا منحنی، شبیه پلکانی هستند که سقف تحتانی در پوسته درونی المان های آن منحنی باشد (بخش الف شکل ٦). به‌عبارت دیگر این نوع مقرنس شبیه مقرنس ساده می‌باشد که سقف تحتانی پوسته درونی المان-های آن به‌جای ضلع مورب یک منحنی باشد. این نوع مقرنس مبنای محاسبات کاشانی می‌باشد و وی با هدف محاسبه سطوح، با تمرکز و دقت بر آن، گونه‌های دیگر را نسبت به آن تعریف می‌نماید. در این راستا کاشانی برمبنای واحد پایه اندازه‌گیری (مدول)، چهار اندازه هندسی برای دیگر اضلاع صفحه تصویر المان‌های این نوع مقرنس تعیین می‌کند که ترسیم مقرنس و تشکیل المان‌های مقرنس قوس تنها بر اساس همین چهار اندازه شکل می‌گیرد و برای ترسیم مقرنس قوس به‌اندازه دیگری نیاز نیست. درواقع این چهار اندازه به‌عنوان مبنا و معیار اندازه‌گذاری و ترسیم مقرنس قوس محسوب می‌شوند و هرگونه مقرنس قوسی براساس همین اندازه‌ها قابل ترسیم است و نیاز به شناخت اندازه‌گذاری‌های دیگری وجود ندارد.

۱. واحد پایه اندازه‌گیری (مدول اصلی) مقرنس که برابر با اندازه‌ی بزرگترین ضلع مربع و لوزی و یا ضلع کوچک جودانه می‌باشد که در محاسبات کاشانی به‌عنوان پایه مدول و معادل «یک» در نظر گرفته می‌شود. اندازه نصف قطر مربع که ($1/2\sqrt{2}$) درنظر گرفته می‌شود.

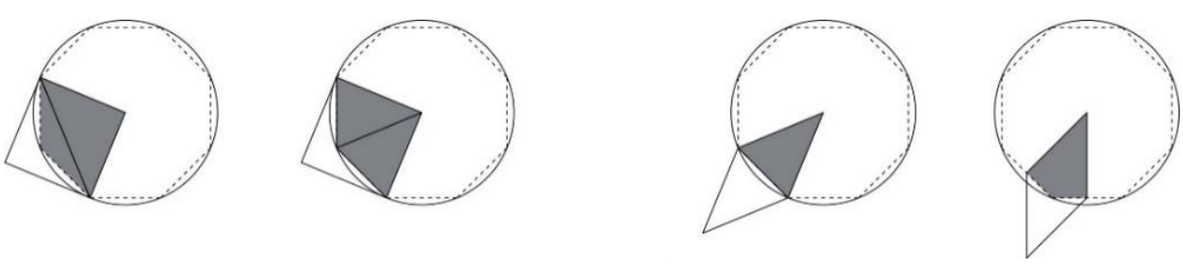
۲. تفاوت بین قطر و ضلع مربع یا لوزی (به‌عنوان پایه مدول) که ($\sqrt{2}-1$) درنظر گرفته می‌شود.

۳. اندازه ضلع هشت گوشه‌ای که شعاع دایره محیطی آن برابر با اندازه‌ی مدول پایه مقرنس باشد، ۰/۷٦٥٣٦٧ در نظر گرفته می‌شود (شکل ۷).



شکل ۶: الف: برشی از ضلع عمودی مقرنس قوس. ب: کاربست مقرنس قوس در سردر امامزاده محمد بسطام، بسطام (Takahashi 2019)

Fig. 6: A: A section of the vertical side of the arched Muqarnas. B: The use of arched Muqarnas in the front portal of Imamzadeh Mohammad Bastam, Bastam(Takahashi 2019)



شکل ۷: سقف و صفحه تصویر آن در المان در زمینه هشت گوشه طبق تعریف کاشانی

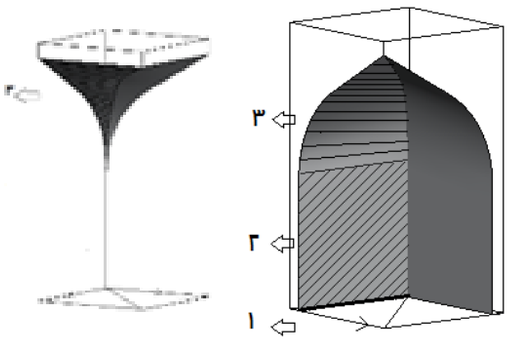
Fig. 7: The Muqarnas roof and its image plane in the octagonal base according to Al-Kashi's definition (Authors 2023)

۳. روش تحقیق: بررسی تغییر در نسبت و شکل اجزای مولد تک المان‌های مقرنس

برای شناخت و معرفی انواع حالت‌های موجود در شکل‌گیری یک مقرنس قوس از روش‌های متعددی می‌توان استفاده کرد که براساس تجربه نگارندگان از روش بررسی تأثیر تغییرات شکلی و نسبتی اجزا مولد یک المان در شکل‌گیری انواع مختلف مقرنس قوس استفاده شده‌است. این روش از نظر نگارندگان جامعیت بیشتری در ارائه انواع مقرنس قوس نسبت به سایر روش‌ها به‌همراه دارد. در این روش ابتدا برای بررسی تغییر اجزای تک المان در یک زمینه قابل محاسبه، اجزای المان‌های آن با توجه به دیدگاه غیاث‌الدین جمشید کاشانی به همراه جهت‌گیری و موقعیت آن در طرح مقرنس (در برخی موارد) مورد بررسی قرار داده می شود. در این راستا با تعریف اجزای مولد مورد بررسی، احتمالات مختلف المان‌های مقرنس مورد بررسی قرار داده می شود؛ سپس سعی خواهد شد در خلال این بررسی برخی ویژگی‌های المان‌های مقرنس، برای «مجموعه عناصر مقرنس» مشخص شود که چه نوع مجموعه‌هایی برای المان‌های مقرنس (بالاخص مقرنس‌های دوره‌ی ایلخانی[۱۴]) مجاز هستند. لازم به ذکر می‌باشد در این توصیف شکلی-نسبتی، فقط ساختار مقرنس‌ها با توجه به بررسی مقاله کاشانی، در نظر گرفته شده‌است و هیچ اطلاعاتی در مورد ظاهر دقیق المان‌ها ازجمله (مصالح، رنگ، اندازه) مقرنس‌ها داده نمی‌شود.

در این راستا موارد زیر برای بررسی حالت‌های مختلف تشکیل المان‌های مقرنس در نظر گرفته شده‌است:

۱. با توجه به تعریف اجزای المان‌های مقرنس در شکل ۱ این نوشتار، همان‌طور که در شکل ۸ و جدول ۲ عنوان شده، احتمال‌های متعددِ گزینه ۱ (پایه اضلاع) و گزینه ۳ (سقف تحتانی) در این گونه‌بندی مورد سنجش قرار می گیرد. گزینه ۲ (دیواره) به‌دلیل اینکه صرفاً تناسباتِ ارتفاعی آن تغییر می‌نماید و شکل آن از چهارضلعی با زاویه قائم خارج نمی شود، در این گونه‌بندی لحاظ نمی‌گردد. گزینه ۱ یا پایه اضلاع براساس (جدول ۱) از اضلاع یک مربع یا لوزی شکل گرفته است.



شکل ۸: گزینه‌های مورد بررسی اجزای مولد تک المان (Authors 2023)

Fig. 8: The investigated options of single-element (Authors 2023) generating components

جدول ۲. حالت‌های مورد بررسی اجزای مولد تک المان (Authors 2023)

Table 2: The Investigated alternatives of single-element generating components (Authors 2023)

حالت‌های مورد بررسی اجزای مولد تک المان	نام اجزای مولد تک المان	تعداد	توضیحات
گزینه ۱	پایه اضلاع	۸+۱ براساس جدول ۱	-
گزینه ۲	صفحه عمودی	۱ براساس جدول ۱	از چهارگوشه قائم خارج نمی‌شود و صرفاً تناسبات آن تغییر می‌کند.
گزینه ۳	صفحه سقف تحتانی	۸+۱ براساس جدول ۱	باتوجه به گونه مقرنس می‌تواند مسطح یا منحنی باشد

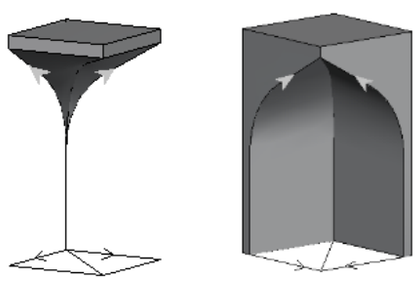
۲. در این بخش براساس بررسی هارمسن که در رساله دکتری خود بر مبنای مقاله کاشانی به بررسی و بازشناسی الگوریتم‌های پلان مقرنس و تعریف «مقرنس گراف» پرداخته است پیکان هایی جهت ترسیم المان‌های مقرنس ارائه شده‌است. هارمسن روش هایی را برای جهت‌گیری المان ها و بازخوانی پلان مقرنس و ایجاد ساختار سه بعدی ارائه نموده‌است که در اینجا فقط از الگوی پیکان ها براساس جهت منحنی برای ترسیم المان‌ها استفاده شده‌است. (Harmsen 2006)

۳. همان‌طور که در بخش شکل‌گیری المان های مقرنس ملاحظه گردید، وجه اساسی المان مقرنس‌ها برای توصیف ساختار آن، وجه‌های منحنی می‌باشد؛ که این سطوح در ترکیب با دیگر اجزا _در قالب یک المان پرکننده (خانه) یا المان میانی_ در یک ردیف به یکدیگر متصل می‌شوند.

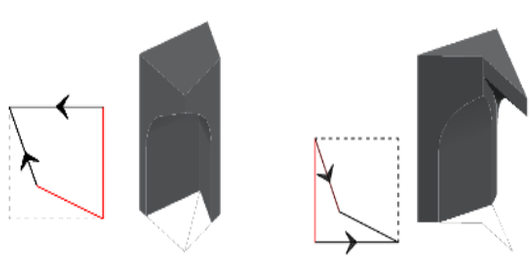
بنابراین در جدول زیر به‌دلیلِ جهت‌گیریِ وجه منحنی و همچنین پایه اضلاع (یک یا دو پایه اضلاع) گونه‌های مختلف المان‌ها با توجه به دو اصل مهم زیر ترسیم شده‌است. این اصول مشخص شده که در بطنِ ساختار و ویژگی‌های ترسیمی این نوع مقرنس‌ها قرار دارد، می‌تواند به‌عنوان راهنما در معرفی شیوه‌های طراحی این نوع مقرنس‌ها به‌کار برده شود. ذکر این نکته ضروری است که این رویکرد برای انواعی از مقرنس (مقرنس های شطرنجی) که فرم آن‌ها می‌تواند به هم‌نشینی المان‌های از پیش ساخته محدود شود، به کار می‌رود و با باز آرایش این واحدها در کنار هم امکان ایجاد فرم‌های متنوعِ مشابه وجود دارد. پیرنیا این نوع از مقرنس را پتکانه می‌نامد که حاصل توسعه و تکامل سِکنج‌های ایرانی می‌باشد و با توجه به قابلیت خودایستایی، بررسی آن از نقش های تزیینی فراتر می‌رود و نقش آن در معماری به‌عنوان یک سازه سه‌بعدی اهمیت می‌یابد.

۱. به‌طورکلی ماهیتِ ساختاریِ مقرنس، عنصری متقارن در اجزای تشکیل دهنده و حجم کلی آن می‌باشد و جز در مواردی مانند مرزهای یک طاق که محدوده‌ای برای تشکیل المانِ مقرنس تعریف نشده باشد، متقارن می‌باشد. به‌طور مثال در زیر دو المان غیرمتقارن ترسیم گردیده است که این المان‌های نامتقارن از ابتدا از جدول المان ها در زیر حذف گردیده است.

۲. طبق تعریف مقرنس قوس اندازه های پایه اضلاع المان‌های خانه از چهار حالت خارج نمی‌شود؛ بنابراین پایه‌های اضلاع فقط می‌توانند مقادیر (1، $1/2\sqrt{2}$، $\sqrt{2}$ -1 و 0.765) را بپذیرند که در جدول زیر مشخص گردیده‌است.



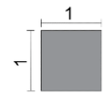
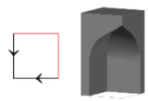
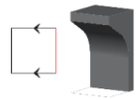
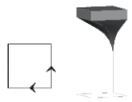
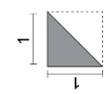
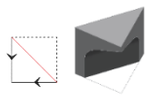
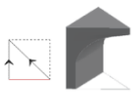
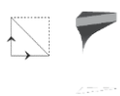
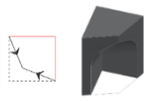
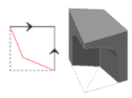
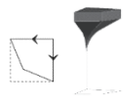
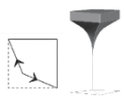
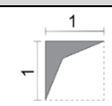
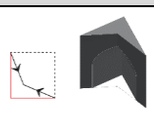
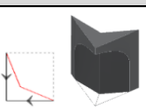
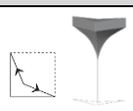
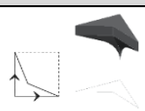
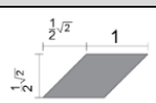
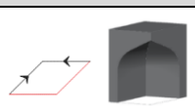
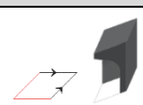
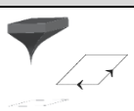
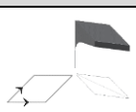
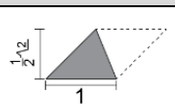
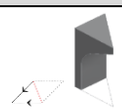
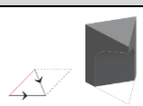
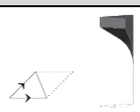
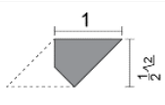
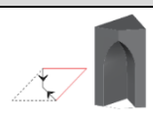
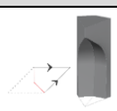
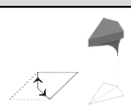
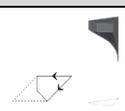
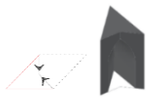
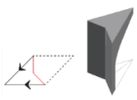
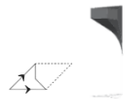
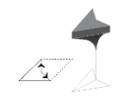
شکل ۹: وجوه منحنی در المان
Fig. 9: Curved sides in the Muqarnas element (Authors 2023)



شکل ۱۰: المان‌های غیرمتقارن
Fig. 10: Asymmetric elements (Authors 2023)

جدول ۳: بررسی حالت‌های مختلف المان‌های پرکننده و میانی ایجاد شونده در مقرنس قوس(Authors 2023)

Table 3: Investigating the different alternatives of filler and intermediate elements created in the arched muqarnas (Authors 20)

				–
اندازه پایه اضلاع	1	1	بدون پایه اضلاع	
المان‌های نصف مربع	S_4	S_5	S_6	
				–
اندازه پایه اضلاع	$\frac{1}{2} \times \sqrt{2}$	1	بدون پایه اضلاع	
المان‌های باطیه	S_7	S_8	S_9	S_{10}
				
اندازه پایه اضلاع	1	0.765	بدون پایه اضلاع	بدون پایه اضلاع
المان‌های دو پایه بزرگ	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}
				
اندازه پایه اضلاع	1	۷۶۵/۰	بدون پایه اضلاع	بدون پایه اضلاع
المان‌های لوزی	R_1	R_2	R_3	R_4
				
اندازه پایه اضلاع	1	1	بدون پایه اضلاع	بدون پایه اضلاع
المان‌های نصف لوزی	R_5	R_6	R_7	
				–
اندازه پایه اضلاع	0.765	1	بدون پایه اضلاع	بدون پایه اضلاع
المان‌های لوزه	R_8	R_9	R_{10}	R_{11}
				
اندازه پایه اضلاع	1	$\sqrt{2}-1$	بدون پایه اضلاع	بدون پایه اضلاع
المان‌های دوپایه کوچک	R_{12}	R_{13}	R_{14}	R_{15}
				
اندازه پایه اضلاع	1	$\sqrt{2}-1$	بدون پایه اضلاع	بدون پایه اضلاع

پس از ایجاد المان‌ها از طریق حالت‌های مختلفِ پایه اضلاع و سقف تحتانی، در طی دو مرحله، به گزینشِ المان‌های صحیح مقرنس پرداخته می‌شود. در مرحله اول براساس اصولِ تدوینیِ نگارندگان، با توجه به زمینه‌ی دو بعدی مقرنس و هم‌نشینی المان‌ها در کنار هم، به گزینش المان‌ها پرداخته شده و در مرحله بعد المان‌هایی که در محاسبات تعیین مساحت کاشانی معرفی شده را با المان‌های مطرح شده از سمت صاحب‌نظران این حوزه و نمونه‌های واقعی مورد بررسیِ آن‌ها، مورد مقایسه قرار می‌دهیم.

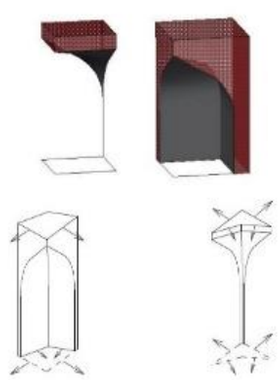
۳. به‌طورکلی، در المان‌های مقرنس وجه‌های منحنی به‌واسطه حرکت صعودی خود جهتی را به المان مقرنس می‌دهند. این خطوط به‌اصطلاح چهره مقرنس (صورتی از المان‌های مقرنس که توسط بیننده قابل رؤیت باشد) را ایجاد می‌نمایند. به‌طوری که یاغان (Yaghan) با ترسیم حجم‌های متنوع از یک طرح دو بعدی نشان می‌دهد به‌وسیله‌ی تغییر در وجوه منحنی بدون تغییر در ساختار مقرنس، می‌توانیم حجم کلیِ مقرنس را مورد تغییر قرار دهیم. (Yaghan 2001a, Yaghan 2001b). به‌عبارت دیگر وجه‌های منحنی علاوه بر ایجاد چهره المانِ مقرنس، حالتی مقعر را به خود می‌گیرد؛ به‌طوری‌که در ساختار قابل رؤیتِ مقرنس حالت مقعر به سمت مخاطب باشد.

۱-۳. گزینش المان‌های صحیح مقرنس

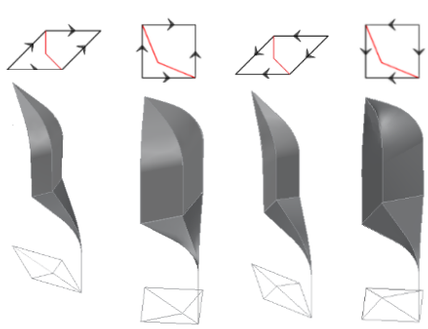
به‌طورکلی قسمت پشتی المان‌ها در ساختار کلی مقرنس‌ها قابل مشاهده نیستند و مقرنس‌ها در ساختار کلی معماری بنا از بالا دیده نمی‌شوند. لذا آنچه که در ترسیم‌ها در نظر گرفته شده‌است، جداره‌هایی است که کاشانی برای پیوستن اضلاع در پشت المان‌ها در نظر گرفته‌است و آن را به‌عنوان یک واحد پیش‌ساخته یا خانه تعریف کرده‌است؛ اما آنچه که در نمای مقرنس دیده می‌شود، چهره مقرنس می‌باشد که توسط اضلاع منحنی تعیین می‌گردد. لازم به‌ذکر است در دوره‌های متأخر باتوجه به شیوه‌های ساخت مقرنس صرفاً دو وجه رو به رو در نظر گرفته‌می‌شود.

به‌طور مثال در نمونه‌های (شکل ۱۲) که بدون اضلاع غیرقابل رؤیت ترسیم شده است دو حالت اول از سمت راست علی‌رغم رعایت دیگر اصول به‌دلیل ایجاد فرم محدب به سمت مخاطب، از المان‌های مورد تأیید نمی‌باشد. لازم به‌ذکر می‌باشد این الگوها در رابطه با الگوی شطرنجی که از مربع و لوزی تشکیل شده و متوجه مقاله حاضر و نگاه کاشانی می‌باشد، صادق است.

مطابق با (شکل ۹) دو وجوه منحنی در المانِ پرکننده به‌صورت همگرا در یک نقطه به هم متصل می‌شوند و در المان میانی این دو وجه منحنی به‌صورت واگرا می‌باشند؛ بنابراین وجه‌های منحنی یک المان پرکننده در نقطه اوج و وجه‌های منحنی یک المان میانی در نقطه شروع حرکت در ابتدای وجه‌های منحنی به هم متصل می‌شوند. این جهت‌گیری سبب ایجاد چهره المان به‌صورت مقعر نیز می‌گردد و آن را به‌قطار یا ردیف بعدی سوق می‌دهد که مقرنس را به نقطه اوج خود در حجم کلی می‌رساند.



شکل ۱۱: چهره مقرنس
Fig. 11: The Muqarnas faces (Authors 2023)



شکل ۱۲: بررسی محدب و مقعر بودن المان‌های مقرنس
Fig. 12: Investigating the convexity and concavity of Muqarnas elements (Authors 2023)

در هم‌نشـــینی این المان‌ها به‌صـــورت عمودی در ردیف‌های متوالی نیز، انتهای و جه های منحنی در ردیف پایین‌تر، در امتدادِ وجه منحنی در المان‌های ردیف بالایی قرار دارد. این ویژگی سبب گردیده که المان‌ها در امتداد یکدیگر به سمت بالا جهت‌گیری نمایند؛ بنابراین پیروی از وجه منحنی این امکان را به مقرنس می‌دهد که به سـمت بالا سـوق یابد و در ساختار کلی سیر صعودی داشته باشد. در این راستا هارمسن الگوی «گراف مقرنس» را با پیش فرضِ اصـولی که کاشـانی در ســه نوع اول مطرح نموده، ایجاد می‌نماید که در آن با توجه به جهت المان‌ها، ســاختار کلی مقرنس مشــخص می‌گردد (Harmsen 2006). وی این الگو را در نمو نه های متعددی از دوره ایلخانی مانند صــفحه پیدا شــده در تخت ســلیمان و هشــت ضــلعی ایوان جنوبی آن، مســجد جمعه فریومد، مقبره بایزید بسطامی، ایوان شمالی مسجد جمعه نطنز و غیره مورد بررسی قرار داده است.

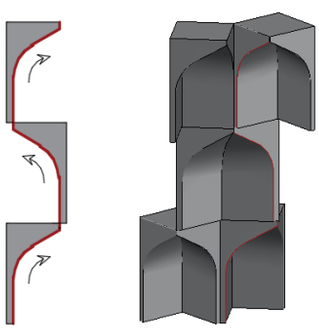
به‌طور مثال در المان زیر، باتوجه به اینکه وجوه منحنی آن در المان به صورت موازی حرکت می‌کنند و چنانچه عنوان شد به‌هم‌پیوســته (واگرا و هم گرا) نیســتند، نه خانه محســوب می‌شــوند و نه المان میانی. اگرچه با نگاهی بر المان‌های معمول در مقرنس‌های موجود در مراکش، الجزایر، اســپانیا و ایتالیا، المان‌هایی با ساختار موازی به‌وفور دیده می‌شوند، ولی در نمونه‌های مورد بررســی کاشــانی این نمونه از المان مورد محاسبه و بررسی قرار نمی‌گیرد.

در یک ردیف مقرنس، المان‌های مجاور از طریق وجه‌های منحنی به هم متصــل می‌شــوند. از این رو برای انطباق و قرارگیری کامل دو المان در کنار همدیگر یک ردیف، دو وجه منحنی باید اندازه هم باشند که این مورد مستلزم رعایت اندازه مدول در ترسیم وجه منحنی می‌باشد. با توجه به ترسیم صــفحه‌ی عمود در مســتطیلی به عرض مدول (شــکل ۵) المان‌ها می‌توانند با این تناســبات مشــخص در کنار هم قرار گیرند. در این میان به‌جز وجه قطری در المان های مقرنس که تأثیری در هم‌نشــینی المان‌ها در کنار هم ندارد و در عرضی غیر از مدول مشخص ترسیم شده (گاهی کوچکتر و گاهی بزرگتر از مقدار مدول اســت)، بقیه وجوه باید در مســتطیلی به عرض مدول ترســیم شــوند؛ بنابراین المان‌ها با وجه‌هایی که برابر با مدول نیســتند، نمی‌توانند در کنار دیگر المان‌ها قرار گیرند و از ســاختاری که کاشــانی بیان می‌کند خارج می شوند. همان‌طور که اشاره شد، وجه منحنی قطری در هم‌نشــینی المان‌ها در کنار هم شــرکت نمی‌کند؛ بنابراین مداخله‌ای در هم‌نشــینی المان‌ها در کنار هم ایجاد نمی‌کند و فقط تناســبات وجه‌هایی از المان که باید در کنار هم قرار بگیرند اهمیت دارد.

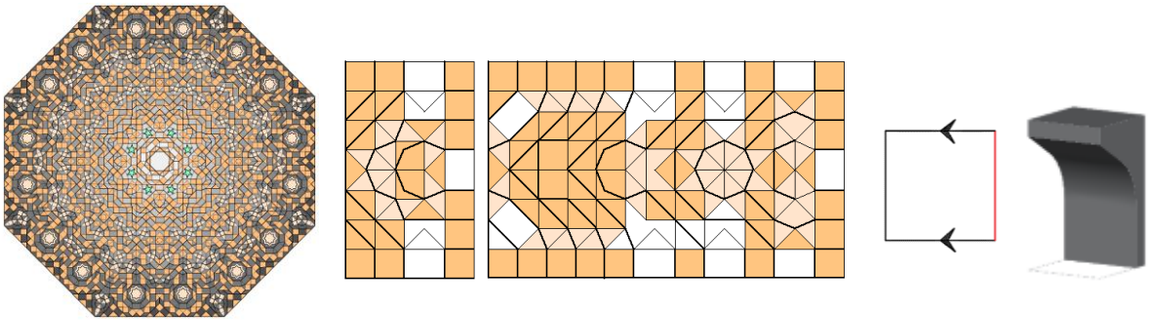
لذا اگرچه کاشــانی در مباحث مورد ارائه خود، به اتصــال و ترکیب المان‌هایِ معرفی شــده و ســاختار کلی مقرنس‌ها نمی‌پردازد، ولی این مورد می‌تواند در تشــخیص درســتی المان‌ها به‌کار گرفته‌شود. در زیر نحوه اتصال حالات مختلف المان‌های پرکننده و میانی در یک ردیف (شــکل ۱۶) که به‌طور گســترده در پایان‌نامه هارمســن (Harmsen) بررســی شده، نمایش داده شده است.

۲-۳. مقایسه المان‌ها در پژوهش‌های مختلف

با رعایت اصـول بالا و مباحث رسـاله کاشـانی، گزینش اولیه صــورت گرفت و ۱۶ المان از میان ۲۹ المان ایجاد شــده در جدول ۳، انتخاب گردید. این المان‌های گزینش شــده، در ســتون ســوم و چهارم (جدول ٤) در قالب المان پرکننده و میانی جمع‌آوری شده‌است. لازم به ذکر است که در رساله کاشانی از این المان‌ها با رویکرد محاسبه یاد شده‌است؛ که ســعی شــده اســت در جدول زیر در کنار دیگر دیدگاه‌ها (مفسرین و محققین رساله) مورد مقایسه قرارگیرد.

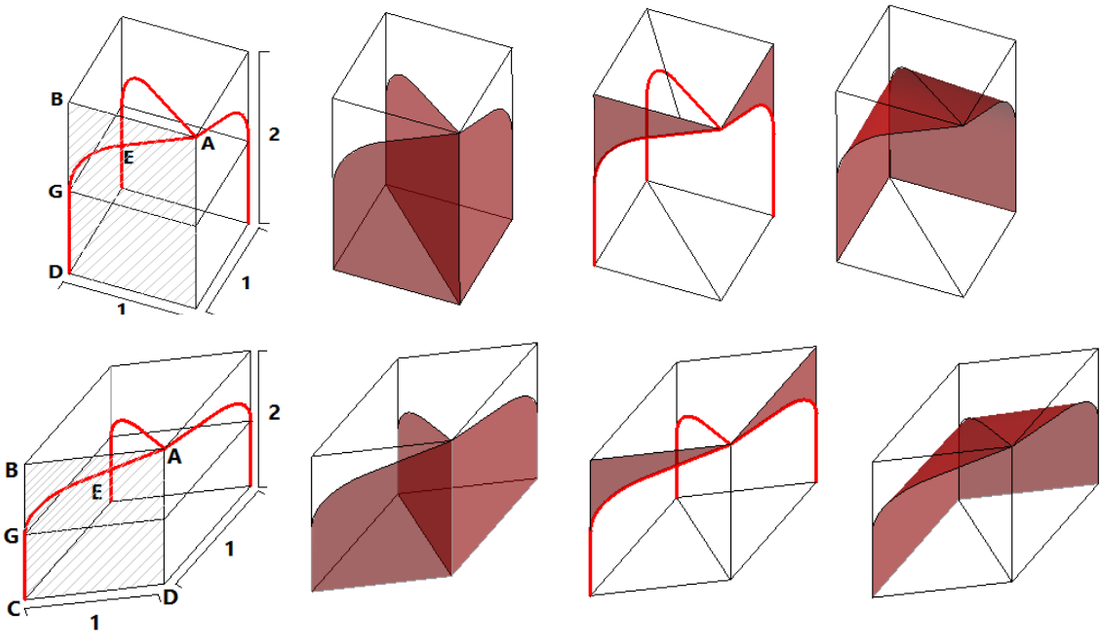


شکل ۱۳: بررسی جهت‌گیری المان‌ها در هم‌نشینی عمودی
Fig. 13: Investigating the orientation of elements in vertical coexistence (Authors 2023)



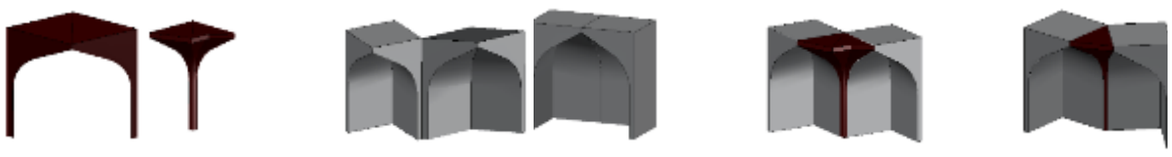
شکل ۱۴: مقرنس مسجد حسن ثانی در کازابلانکا مراکش و قصر الحمبرا در گرانادای اسپانیا (Takahashi 2019)

Fig. 14: The Muqarnases of Hassan Thani Mosque in Casablanca, Morocco and Alhambra Palace in Granada, Spain, (Takahashi 2019)



شکل ۱۵: وجوه منحنی المان‌های مقرنس

Fig. 15: The curved sides of Muqarnas elements (Authors 2023)

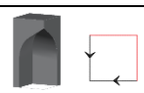
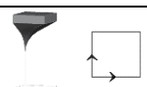
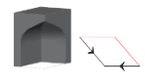
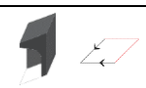
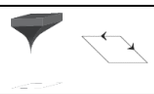
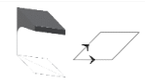
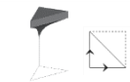
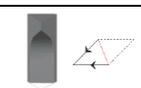
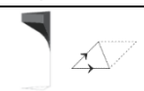
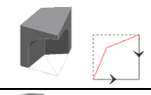
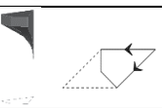
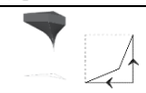
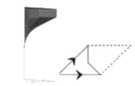


شکل ۱۶: به ترتیب از راست به چپ: اتصال دو المان پرکننده با المان میانی، اتصال یک المان پرکننده با یک المان میانی توسط المان میانی، اتصال دو المان پرکننده بدون المان میانی، اتصال دو المان میانی به هم (Authors 2023)

Fig. 16: From right to left: connecting two filler elements with an intermediate element, connecting one filler element with an intermediate element by an intermediate element, connecting two filler elements without an intermediate element, connecting two intermediate elements together (Authors 2023)

جدول ۴: المان‌های صحیح گزینش شده

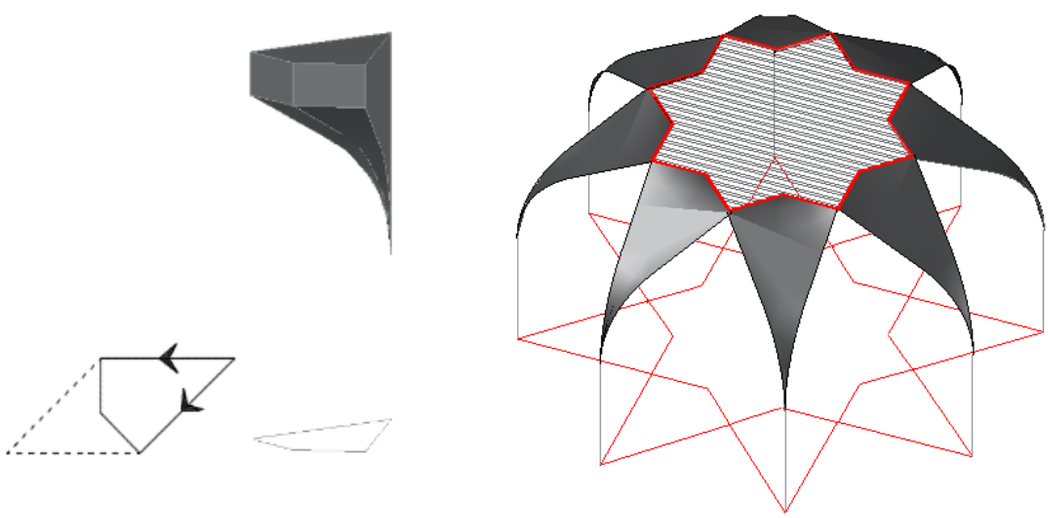
(Authors 2023) Table 4: The selected correct elements

المان‌های گزینش شده	نقش	کد المان‌های انتخابی با توجه به جدول ۳	پلان و تصویر سه بعدی	Al-Kashi	Alpay Ozdural (1990,1991)	Dold sampolonius [15]	Mohammad Al-Asad	Dold and Harmsen	Harmsen	Kromker	Mohammadian Mansoor and Faramarezi
مربع	خانه (cell)	S_1		✓	✓		✓	✓	✓	✓	✓
	–	S_2				✓	✓				
	المان میانی (Intermediate Element)	S_3							✓		
لوزی	خانه (cell)	R_1		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
		R_2									✓
	المان میانی (Intermediate Element)	R_3						✓	✓	✓	✓
		R_4									✓
نصف مربع	خانه (cell)	S_4		✓	✓	✓			✓		✓
	المان میانی (Intermediate Element)	S_6		✓	✓	✓			✓		✓
نصف لوزی	خانه (cell)	R_5		✓	✓	✓	✓				✓
	المان میانی (Intermediate Element)	R_7		✓	✓	✓			✓		✓
باطیه	خانه (cell)	S_7		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
لوزه	خانه (cell)	R_9		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	المان میانی (Intermediate Element)	R_{11}		✓		✓					
دوپایه بزرگ	المان میانی (Intermediate Element)	S_{14}		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
دوپایه کوچک	المان میانی (Intermediate Element)	R_{14}		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓

همان‌طور که در جدول بالا مشـهود اسـت، اختلاف نظرهایی بین محققین و مفسـرین در تأیید المان‌ها وجود دارد، محتمل ا ست به دلیل بردا شت‌های متفاوت از مقاله و حـ ضور یا عدم حضـور برخی المان ها در نمو نه های واقعی موردبررسـی محققین باشـد؛ چرا که نگاه کاشـانی صـرفاً ارائه روشـی برای محا سبه میزان م صالح موردنیاز برای ساخت این مقرنس‌ها در دوره تیموری بوده است.

با توجه به اینکه نگارندگان این مقاله بر اسـاس مباحث ارائه شده در رساله کاشانی این نمونه‌ها را تألیف نموده‌اند، سعی شد با نمونه‌های واقعی بررسی شده در تحقیق محمدیان منصور و فرامرزی ۱۳۹۲، نیز به‌طور دقیق مورد مقایسـه قرار گیرد. همان‌طور که در جدول ٤، قابل ملاحظه می‌باشـد، نسـبت به المان‌های برر سی شده تو سط نگارنده، ۱۳ المان، به‌طور دقیق در نمونه‌های واقعی م شاهده شده ا ست. سایر المان‌ها در زیر بررسی شده است:

- المان میانی لوزه (المان R_{11}) در نمونه‌های واقعی بررسـی شده توسط محمدیان منصور و فرامرزی نمی‌باشد ولی به‌طور دقیق در ر ساله کا شانی مورد محا سبه قرار گرفته‌ا ست. امکان حضـور این المان در مقرنس‌های شـعاعی (مبتنی بر لوزی و مربع و انواع چند ضلعی‌ها و ستاره‌های چندپر) که در ر ساله کاشـانی تحت عنوان مقرنس‌های شـیرازی یاد شـده، وجود دارد؛ و به نظر می‌رسد به همین دلیل نیز تو سط کا شانی مورد بررسـی قرار گرفته‌اسـت. به‌طور مثال در شـکل ۱۷ بسـته به الگوی هم‌نشـینی و ترکیب لوزه در حالت المان میانی در کنار آلت‌های تخت که در مقرنس‌هایی با الگوی شـعاعی بسـیار یافت می‌شـود. این المان می‌تواند به‌صـورت المانی محدب به‌کار روند. لازم به‌ذکر است نمونه‌های واقعی بررسی‌شده نیز الگوی شـطرنجی (فقط مبتنی بر لوزی و مربع) دارند. با توجه به محدب بودن آن، امکان حضور آن در پتکانه یا مقرنس‌هایی با سیستم شطرنجی وجود ندارد. المان خانه این نوع همان‌طور که در جدول ٤ قابل ملاحظه می‌باشد، در نمونه‌های واقعی در ترکیب با دیگر اجزا آمده است.
- المان‌های S_1 و S_2 که المان‌های م ستقل مربع هـ ستند، اگرچه در ا صول ارائه شده تو سط غیاث‌الدین جم‌شید کا شانی قرار می‌گیرد، ولی نه در محاسبات کاشانی از آن‌ها یاد شده و نه در نمونه‌های واقعی بررسـی شـده وجود دارد. درحالی‌که در مقرنس های مراکش، اسـپانیا، ایتالیا و الجزایر، به‌وفور دیده می‌شوند.
- المان‌های شماره R_2، R_3 و R_4 که مشتقات لوزی به‌عنوان المان پرکننده و المان میانی هستند، اگرچه با اصول ارائه شده توسط نگارندگان از رسـاله کاشـانی مطابقت دارد و در نمونه‌های واقعی نیز یافت شـده، ولی به‌طور مسـتقیم در محاسـبات کاشانی مورد بررسی قرار نگرفته‌است.



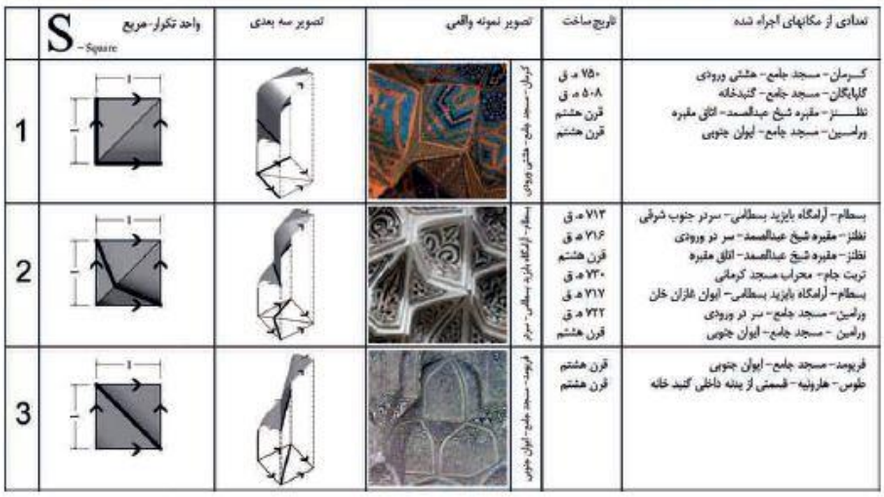
شکل۱۷: بررسی المان لوزه در هم‌نشینی با المان تخت در الگوهای شعاعی

Fig. 17: Examining the almond element in combination with the flat element in radial patterns (Authors 2023)

جدول ۵: مطابقت المان‌های صحیح گزینش شده با نمونه‌های واقعی پژوهش (Mohammadian Mansoor and Faramarezi 2013)

Table 5: Correspondence of the selected correct elements with the real samples in (Mohammadian Mansoor and Faramarezi 2013)

نمونه‌های تدوینی [۱۶]	نمونه‌های واقعی
S_1 و S_3	جدول ۲- طبقه بندی انواع حالت‌های واحد تکرار مربع و نمایش محل خط قطار در آنها به همراه تصویر سه بعدی. نمونه واقعی و تعدادی از مکان‌هایی که واحد تکرار مزبور در آنها اجرا شده است.
S_7 و S_{14}	
S_4 و S_6	
R_2 و R_4	جدول ۱- طبقه بندی انواع حالت‌های واحد تکرار لوزی و نمایش محل خط قطار در آنها به همراه تصویر سه بعدی. نمونه واقعی و تعدادی از مکان‌هایی که واحد تکرار مزبور در آنها اجرا شده است
R_9 و R_{14}	
R_5 و R_7	
R_4	
R_1 و R_3	
R_3	



	واحد تکرار- مربع S -Square	تصویر سه بعدی	تصویر نمونه واقعی		تاریخ ساخت	تعدادی از مکانهای اجراء شده
1				کرمان- مسجد جامع- هشتی ورودی	۷۵۰ ه. ق ۵۰۸ ه. ق قرن هشتم قرن هشتم	کرمان- مسجد جامع- هشتی ورودی گلپایگان- مسجد جامع- گنبدخانه نطنز- مقبره شیخ عبدالصمد- اتاق مقبره ورامین- مسجد جامع- ایوان جنوبی
2				بسطام- آرامگاه بایزید بسطامی- سردر	۷۱۳ ه. ق ۷۱۶ ه. ق قرن هشتم ۷۳۰ ه. ق ۷۱۷ ه. ق ۷۲۲ ه. ق قرن هشتم	بسطام- آرامگاه بایزید بسطامی- سردر جنوب شرقی نطنز- مقبره شیخ عبدالصمد- سر در ورودی نطنز- مقبره شیخ عبدالصمد- اتاق مقبره تربت جام- محراب مسجد کرمانی بسطام- آرامگاه بایزید بسطامی- ایوان غازان خان ورامین- مسجد جامع- سر در ورودی ورامین - مسجد جامع- ایوان جنوبی
3				فریومد- مسجد جامع- ایوان جنوبی	قرن هشتم قرن هشتم	فریومد- مسجد جامع- ایوان جنوبی طوس- هارونیه- قسمتی از بدنه داخلی گنبد خانه

	واحد تکرار- لوزی R -Rhombus	تصویر سه بعدی	تصویر نمونه واقعی		تاریخ ساخت	تعدادی از مکانهای اجراء شده
1				گلپایگان- مسجد جامع- گنبدخانه	۵۰۸ ه. ق	گلپایگان- مسجد جامع- گنبدخانه
2				نطنز- مقبره شیخ عبدالصمد	قرن هشتم ۷۱۶ ه. ق ۷۳۰ ه. ق ۷۱۳ ه. ق ۷۱۷ ه. ق قرن هشتم	نطنز- مقبره شیخ عبدالصمد- اتاق مقبره نطنز- مقبره شیخ عبدالصمد- سر در ورودی تربت جام- محراب مسجد کرمانی بسطام- آرامگاه بایزید بسطامی- سر در جنوب شرقی بسطام- آرامگاه بایزید بسطامی- ایوان غازان خان ورامین- مسجد جامع- ایوان جنوبی
3				اشترجان- مسجد جامع- ورودی	۷۱۵ ه. ق ۷۱۵ ه. ق	اشترجان- مسجد جامع- گنبد خانه اشترجان- مسجد جامع- سر در ورودی
4				نطنز- مقبره شیخ عبدالصمد	قرن هشتم قرن هشتم ۷۱۵ ه. ق	نطنز- مقبره شیخ عبدالصمد- اتاق مقبره ورامین- مسجد جامع- ایوان جنوبی اشترجان- مسجد جامع- گنبد خانه
5				کرمان- مسجد جامع- هشتی ورودی	۷۱۶ ه. ق ۷۲۸ ه. ق ۷۲۲ ه. ق ۷۵۰ ه. ق ۵۰۸ ه. ق ۷۱۵ ه. ق	نطنز- مقبره شیخ عبدالصمد- سر در ورودی ابرقو- مسجد جامع ورامین- مسجد جامع- سر در ورودی کرمان- مسجد جامع- هشتی ورودی گلپایگان- مسجد جامع- گنبد خانه اشترجان- مسجد جامع- گنبد خانه
6				ورامین- مسجد جامع- ایوان جنوبی	قرن هشتم ۷۱۲ ه. ق	ورامین- مسجد جامع- ایوان جنوبی بسطام- آرامگاه بایزید بسطامی- ایوان غازان خان

جمع‌بندی

پس از بررسی مطالعات بالا و مقایسه آن‌ها باهم مشخص شد:

• باتوجه به اصول ساخت مقرنس، ۱۶ المان را می‌توان به‌عنوان نمونه تألیفی مشخص کرد که از این میان ۱۳ نمونه تألیفی دقیقاً در نمونه مقرنس های واقعی در ایران دیده می‌شوند و نمونه مقرنس بقیه المان‌ها نیز در دیگر کشورها (مراکش، اسپانیا، ایتالیا و الجزایر) قابل مشاهده است. برخی از المان‌ها نیز در الگوهای متأخر مقرنس یعنی الگوهای شعاعی در هم‌نشینی با المان‌های نوظهور «تخت» دیده می‌شود.

• از میان این ۱۶ المان، ۳ المان اگرچه با اصول دریافت‌شده توسط نگارندگان از رساله کاشانی مطابقت دارد، ولی به‌طور مشخص در المان های مورد محاسبه کاشانی معرفی نشده‌اند. درواقع، کاشانی علی‌رغم تسلط بر موضوع مقرنس، رساله خویش را با تمرکز بر تدوین سیستمی جهت محاسبه مساحت مقرنس، ارائه می‌دهد و کمتر به شیوه‌های اجرا، به‌کارگیری المان‌ها و جزئیات متنوع آن می‌پردازد. همچنین، طبق سوابق زندگی کاشانی و سال نگارش رساله، به نظر می‌رسد بیشتر نمونه‌های مدنظر وی براساس مقرنس‌های ساخته شده و یا در حال ساخت در سمرقند و حوزه جغرافیایی نزدیک آن تنظیم شده‌باشد؛ بنابراین، نباید رساله کاشانی را رساله‌ای با هدف تنظیم قواعد کلی برای کلیه مقرنس ها در تمامی بخش های ایران و یا تعمیم قواعد آن برای مطالعه کلیه مقرنس‌های متنوع تاریخ ایران در نظر گرفت.

• مقرنس‌های شطرنجی نسبت به مقرنس‌های شعاعی دارای اصول دقیق‌تر حکمی هستند. در همین راستا، برای ساخت المان‌های مقرنس‌های شطرنجی اصول یکسانی همانند همسانی اندازه‌های المان های همجوار، مقعر بودن چهره هر المان، همگرایی المان‌های پرکننده و واگرایی المان‌های میانی، وجود تقارن و بهره‌گیری از مقادیر و اندازه های ثابت رعایت شده است.

نتیجه‌گیری

می‌توان چنین استدلال کرد که برخلاف نظر برخی متخصصان، مقرنس دارای اصول حکمی خاص خود بوده که احتمالاً این اصول حکمی در طول زمان از دست رفته و اکنون به صورت اصول خلقی یا تألیفی درآمده است و تنها ناخودآگاه استادکاران امکان بروز آن را دارد. یافتن اصول حکمی مقرنس می‌تواند آن‌را به یک ساختار قابل گسترش تبدیل نماید. از سویی دیگر قواعد و قوانین حاکم در مقرنس این هنر را به ساختاری دارای پیمون و مدول تبدیل می‌کند. به همین دلیل این هنر قابلیت الگوریتم شدن و در چارچوب قواعد ریاضی قرار گرفتن را دارد. همچنین به این سبب که سال‌هاست بدون داشتن اصول حکمی قابلیت اجرا داشته، این هنر قابلیت غیرچارچوب‌مدار و رها از بند یکسان‌سازی‌ها را نیز دارد. این هنر دارای اصول ویژه‌ای است که نشانگر قرارگیری آن در میان دو زمینه هنر و ریاضی است. در این مقاله سعی شده است بخش از دست رفته این هنر یعنی اصول حکمی آن بررسی گردد و در این اثنا اصول پایه‌ای این هنر شناخته شود.

در ضمن نتیجه این پژوهش نشان‌دهنده آن است که در دوره‌های تاریخی مختلف و یا حتی در مکان‌های مختلف، ترکیب این المان‌ها نشانگر شاکله آن فرهنگ، اقلیم، تکنیک‌های اجرا، هنر گزینی آن‌ها و غیره بوده و همین امر موجب شده تا حال و هوای مقرنس‌ها در نقاط مختلف، متفاوت گردد. چنانکه با بهره گرفتن از اصول کاشانی که در دوره تاریخی خود و احتمالاً در مکان سمرقند به برخی ترکیبات دست یافته، ۱۶ المان شناسایی گردید که ۱۳ گونه ی آن در نمونه‌های واقعی ایران و ۳ گونه در نقاط دیگر دنیا

همچون مراکش، ایتالیا، الجزایر و اسپانیا قابل‌مشاهده و شناسایی است. این بدان معناست که در هر مکان فرهنگی، برخی از این المان‌ها با هم ترکیب شده و لذا شاکله‌های متفاوت و خصوصیات ذوقی-فرهنگی متفاوتی ایجاد کرده‌اند. ترکیب المان‌های مختلف و گزینش و انتخاب آن‌ها متأثر از فرهنگ و ذوق فرهنگی در زمان یا مکانِ پدید آمدن آن مقرنس است که شاخصه ذوقی و خلقی و تألیفی را پدید می‌آورد. در این راستا هنرمند مقرنس، با الفت دادن المان‌های مختلف از میان ١٦ المان ممکن، نقشی از خلاقیت و هنر تألیفی خود و محیط تاریخی، جغرافیایی خود را در مقرنس مذکور به یادگار گذاشته‌است.

پی‌نوشت‌ها

١. در زمان تیموری، زمانی که فعالیت‌های ساختمانی گسترش‌یافته بود، سازندگان محلی فقط قادر به مدیریت ساختمان‌های ساده بودند، اما برای ساخت یادبودهای خاص و هنری‌تر، معماران و هنرمندانی از سرزمین‌های فتح شده، اول از خوارزم، سپس از تبریز و شیراز و نهایتاً از هند و سوریه، انتخاب شدند. تیمور در سال ٧٦٦ و ٧٧٢ ه. ش معمارانی را از شیراز جمع‌آوری کرد که البته بسیاری از آن‌ها با اراده خود مهاجرت کرده‌بودند. در میان این معماران، اسامی معماران مشهور شیرازی چون قوام‌الدین شیرازی (وفات: ٨١٩ ه.ش) و زین‌الدین شیرازی نیز به چشم می‌خورد که از سازندگان فعالی بودند که بناهای باقی‌مانده از آن‌ها، سبک معماری متمایزی را نشان می‌دهد. احتمالاً به این دلیل باشد که این نوع مقرنس ساخته‌شده از «امکان‌های بی‌شمار» مقرنس شیرازی نامیده شده است. (Harmsen 2006; Dold-Samplonius and Harmsen 2005;Dold sampholinious 1992) ویلبر و گلوم بک با طرح سوالی نسبت به این مسأله بر نسبت مقرنس شیرازی به معماران شهر شیراز صحه می‌گذارند و بیان می‌کنند « بحث در رساله (کاشی) باز هم سوال دیگر و به‌حق سوال بحث برانگیزتری را پیش می‌آورد. به چه دلیل یک نوع مقرنس، خواه آن نوعی باشد که ما آن را پیدا کرده‌ایم یا نباشد، منسوب به شهر شیراز واقع در ایران است؟ ما برآنیم که این نسبت به شیراز امری تصادفی نیست؛ بلکه مربوط می‌شده به حضور معماران شیرازی در ایران و خراسان که از اول ٧٧٧ ه.ش (٨٠١ ه.ق) در آن نواحی مشغول کار بوده‌اند ». (Wilber and Golmbek 2014)

٢. مقرنس‌های ساده، مُطیّن یا کشیده و قوس به‌عنوان مقرنس‌هایی با ساختار شطرنجی خوانده می‌شوند که از اشکال پایه‌ی محدودی که در این مقاله به آن پرداخته می‌شود، ایجاد می‌گردند. درحالی‌که مقرنس‌های شیرازی که به‌عنوان مقرنس‌هایی با ساختار شعاعی خوانده می‌شوند، اشکال متنوعی در ایجاد المان‌های آن به کار می‌رود که در این بررسی به آن پرداخته نمی‌شود. برای اطلاعات بیشتر در رابطه با گونه‌های مقرنس، به Zamani, Fattahi And Ekhtiari (2018) رجوع گردد.

٣. با توجه به نام‌گذاری متفاوت اجزای مقرنس در نسخه عربی کاشانی و ترجمه‌های انگلیسی که باعث تفسیرهای متعدد از متن شده، تمامی معادل‌های واژگان آورده شده است.

٤. ردیف‌های افقی یا قطار در مقرنس که در نسخه عربی «الطبقه» و در نسخه‌های انگلیسی "Tier " و " Course" خوانده شده‌است.

٥. در نسخه عربی «البیت» و به انگلیسی "Cell "، "Home " و " Element" خوانده شده‌است.

٦. در نسخه عربی «سطح» و «سقف» و به انگلیسی " Roof" و گاهاً " Flat Roof" خوانده شده‌است .

٧. در نسخه عربی «الاضلاع» و به انگلیسی "Facet" خوانده شده‌است.

٨ جودانه به معنی«شبیه دانه جو» می‌باشد. معادل عربی کلمه جو «شعیر» می‌باشد که استفاده از ترکیب دو واژه جو و دانه، به فارسی بودن این کلمه اشاره دارد.

٩. لازم به ذکر است درشکل‌گیری المان‌های مقرنس شیرازی علاوه بر سقف‌های معرفی شده از انواع دیگری از سقف‌ها مانند چندضلعی‌ها و ستاره‌های چند پر در تناسبات مختلف به کار می‌روند.

١٠. باطیه به معنای «ظرفی شبیه کوزه»، شکلی هندسی است که درواقع شکل مکمل دوپایه بزرگ در زمینه یک مربع می‌باشد.

١١. مقرنس‌های شطرنجی و شعاعی یک نام‌گذاری ساختاری انواع مقرنس بر اساس طرح دو بعدی آن‌ها می‌باشد که در پی‌نوشت ٢ توضیحات موردنیاز در رابطه با این مقاله ارائه گردیده است.

۱۲. در معرفی صفحات عمود با توجه به شکل ۱ دو صفحه عمودی جلوی المان در نظر گرفته شده و صفحات عمودی عقب با توجه به ثبات فرمی (مستطیل شکل) مورد بررسی قرار نمی‌گیرد.

۱۳. شیوه ترسیم صفحه عمود با ضلع منحنی به‌عنوان عنصر کلیدی طراحی و ساخت مقرنس: (گام ۱): ابتدا مستطیل ABCD را به‌گونه‌ای ترسیم نموده که عرض آن برابر با واحد پایه اندازه‌گیری مقرنس (مدول) (AB=CD=1) و طول آن دو برابر عرض آن، (AC=BD=2) باشد؛ (گام ۲): حال از یکی از زوایای آن به‌طور مثال زاویه A، خط AF را به‌گونه‌ای ترسیم نموده که با خط AB زاویه °۳۰ ایجاد نماید و طول BD را در نقطه F قطع نماید؛ (گام ۳): خط AF را به پنج بخشِ مساوی تقسیم نموده؛ (گام ٤): از سمت F نقطه E را به‌اندازه دو قسمت از ۵ قسمت خط AF جدا کرده و روی خط AF مشخص می‌کنیم، سپس مقدار FG را به‌اندازه EF روی خط BD جدا کرده و نقطه E را به نقطهG وصل نموده تا خطEG حاصل گردد؛ (گام ۵): حال به مرکز E و G دو دایره به شعاع EG ترسیم کرده تا یکدیگر را درون مستطیل در نقطهH قطع نمایند. (گام ٦ و۷): حال به مرکز H و شعاع HG دایره‌ای ترسیم می‌کنیم. کمان EG حاصل از ترسیم دایره خود معادل یک ششم دایره است؛ (گام ۸): حال دو ضلع AC و CD را تا دو نقطه‌ی I و K امتداد می‌دهیم. میزان امتداد این دو خط بسته به تناسبات مقرنسی است که می‌خواهیم ترسیم و اجرا شود و بر آن اساس تعیین می‌شود؛ (گام۹): خط IJ را به موازاتAB و خط JK را به موازات BD رسم می‌کنیم؛ (گام ۱۰): صفحه AEGDKJI ایجاد می‌شود که این صفحه به‌عنوان صفحه عمود با ضلع منحنی در ترسیم و اجرای مقرنس مورد استفاده قرار می‌گیرد. لازم به ذکر است برای ترسیم صفحه عمود با ضلع مورب بعد از اتمام مرحله ٤ کافی است نقطه A به نقطه G وصل گردد تا صفحه AGDKJI ایجاد گردد.

۱٤. مقرنس‌های که در دوره زندگی کاشانی موجود بوده‌اند و احتمالاً مبنای فکری کاشانی برای تعریف مقرنس‌ها بوده است.

۱۵. با توجه به رویکرد دلدسمپولونیوس در بازشناسی این بخش از رساله کاشانی، المان‌های انتخاب شده تقریباً مشابه بررسی انجام شده در رساله کاشانی می‌باشد.

۱٦. ذکر این نکته ضروری است که در بررسی محمدیان منصور المان‌ها در ترکیب باهم‌دیگر در تکمیل المان لوزی یا مربع در دو سطح ارتفاعی متوالی قطار مورد بررسی قرار گرفته است و صفحات عمود پشت المان حذف گردیده است. مطابقت نمونه‌های تألیفی با نمونه‌های واقعی نشان داد، در ایران تنوع المان‌هایی با پایه اضلاع لوزی در مقرنس‌ها بیشتر از نمونه مشابه در پایه مربع است.

فهرست منابع

زمانی، زهرا، و کاوه فتاحی، و مریم اختیاری. ۱۳۹۸.گونه‌بندی مقرنس در رساله‌ی مفتاح الحساب غیاث الدین جمشید کاشانی. مجله گلستان در تاریخ هنر و معماری ایران زمین(۱۷): ۷-۱۷.

زمرشیدی، حسین. ۱۳۹۰. گنبد و عناصر طاقی ایران. تهران: انتشارات زمان.

کاشانی، غیاث الدین جمشید.۸۰٦. مفتاح الحساب. مقاله چهارم. فصل سوم. باب نهم. نسخه سنگی چاپی.

محمدیان منصور، صاحب، و سینا فرامرزی.۱۳۹۲. بررسی وجود نظم شبه تناوبی در ساختار هندسی پتکانه. نشریه معماری و شهرسازی (هنرهای زیبا)۱۸: ٤۳-٥٤.

نجیب اوغلو، گل رو .۱۳۸۹. طومار توپقاپی-هندسه و تزیین در معماری اسلامی. ترجمه با مهرداد قیومی بیدهندی.تهران: انتشارات روزنه.

ویلبر، دونالد نیوتن، و لیزا گلمبک.۱۳۷٤. معماری تیموری در ایران و توران. ترجمه با افسر، کرامت‌الله، و محمد یوسف کیانی. تهران: انتشارات میراث فرهنگی کشور.

منابع انگلیسی

Al-Kashi, Gh. Jamshid. 1427. “Miftah al-Hisab” .The fourth article. Chapter III. Lithograph. [in Persian]

Dold-Samplonius, Yvonne.1992. "Practical Arabic Mathematics: Measuring the Muqarnas by al-Kashi". Centaurus 353 (3): 193-242.

Dold-Samplonius, Yvonne .1955. "Qubba for al-Kashi". video tape. American Mathematical Society .

Dold-Samplonius, Yvonne.. 1999. "The Topkapi Scroll—Geometry and Ornament in Islamic Architecture: Topkapi Palace" Library MS. H. 1956; With an Essay on the Geometry of the Muqarnas by Mohammad al-Asad. By Gülru Necipoğlu. Historia Mathematica 26 (2): 166-172.

Dold-Samplonius, Yvonne, and Silvia Harmsen. 2005. "The muqarnas plate found at Takht-i Sulayman: a new interpretation".

Muqarnas 22: 85-94.
Hamekasi, Nader, Faramarz F, Samavati, and Ahmad Nasri.2011. "Interactive modeling of Muqarnas. In Proceedings of the international symposium on computational aesthetics in graphics", visualization, and imaging, pp. 129-136 .
Harb, U. 1978." Ilkhanidische Stalaktitengewolbe". Beiträge zu Entwurf und Bautechnik.(Coupoles en stalactites ilkhanides. Contributions à l'étude du plan et de la technique de construction). Archäologische Mitteilungen aus Iran Berlin(4): 1-66.
Harmsen, Silvia. 2006." Algorithmic Computer Reconstructions of Stalactite Vaults-Muqarnas-in Islamic Architecture". PhD diss.
Hoeven, S, and M. Veen. 2011." Muqarnas: Mathematics in Islamic Arts". Seminar Mathematics in Islamic Arts, Utrecht University, Faculty of Science, Department of Mathematics.
Kromker, s. N.d Muqarnas Visualization in the Numerical Geometry Group.
http://www.iwr.uni Heidelberg.dc/groups/ngg/Muqarnasl/. (Accessed January 7, 2018).
Mohammadian Mansour, Sahib, and Sina Faramarezi. 2013." Investigation of Quasi-Periodic Order in Geometrical Structure of Patkaneh". Journal of Architecture and Urbanism (Fine Arts) 18: 43-54. [in Persian]
Najiboglu, Gul Ro. 2010. "The Topkapi Scroll-Geometry and Ornament in Islamic architecture". Translated by Mehrdad Qayyomi Bidhandi. Tehran: Rozeneh Publications. [in Persian]
Özdural, Alpay. 1990. "Giyaseddin Jemshid el-Kashi and Stalactites". Middle East Technical University, Journal of the Faculty of Architecture10: 34-35 .
Takahashi, s. n.d. Muqarnas: A Three-Dimensional Decoration of Islam Architecture.
http://www.cammabi.ac.jp/idd/shiro/muqarnas/. (Accessed January 20, 2019).
Wilber, Donald Newton, and Lisa Golmbek. 2014."The Timurid architecture in Iran and Turan". Translated by Afsar, Karamatullah, and Mohammad Yusuf Kayani. Tehran: Iran's Cultural Heritage Publications. [in Persian]
Yaghan, Mohammad Ali Jalal. 2000. "Decoding the two-dimensional pattern found at Takht-I Sulayman into three-dimensional muqarnas forms". Iran: 77-95 .
Yaghan, Mohammad Ali Jalal. 2001a. "The islamic architectural element" Muqarnas": definition, geometrical analysis, and a computer generation system ."
Yaghan, Mohammad Ali Jalal. 2001b. "The muqarnas pre-designed erecting units: Analysis, definition of the generic set of units, and a system of unit-creation as a new evolutionary step". Architectural Science Review 44(3): 297-318 .
Yaghan, Mohammad Ali Jalal. 2003. "Gadrooned-Dome's Muqarnas-Corbel: Analysis and decoding historical drawings". Architectural Science Review46(1): 69-88 .
Yaghan, Mohammad Ali Jalal. 2005. "Self-Supporting “Genuine” Muqarnas Units". Architectural Science Review 48(3): 245-255 .
Yaghan, Mohammad Ali Jalal. 2010. "The evolution of architectural forms through computer visualisation: muqarnas example". Electronic Visualisation and the Arts (EVA 2010): 3 .
Zamani, Zahra, and Kaveh Fatahi, and Maryam Ekhtiari. 2018. “Studying Muqarnas Typology and Its Fundamental Components according to Al-Kāshi’s Meftāh-ol- Hessāb Treatise”. Golestan-e Honar Jouranl (17): 7-17. [in Persian]
Zemorshedi, Hossein. The dome and arch elements of Iran. Tehran: Zaman Publications. 2011. [in Persian]