

An Experimental Investigation of Factors Affecting the Aesthetic Desirability of the Proportions of Iranian-Islamic Domes*

Massud Wahdattalab^{1**}, Farhad Ahmadnejad²

1. Assistant Professor, Architecture and Urbanism Faculty, Tabriz Islamic Art University, Tabriz, Iran.

2. Assistant Professor, Architecture and Urbanism Faculty, Tabriz Islamic Art University, Tabriz, Iran.

(Received 16 Aug 2017, Accepted 8 Jan 2018)

Domes and their proportions play an important role in the visual aesthetics of Islamic architecture. Despite the importance of this element of Iranian architecture, no significant studies have been conducted on its geometric proportions. Previous researches are mainly concerned with their history, drawing methods, formal typology and structural-climatic characteristics. The first question of the study concerns the concinnity of the dome and the variables that can reproduce its form and formal proportions. The second question, which in fact constitutes the main research question, is: What is the relationship between the proportions of variables composing the geometric form of the dome and people's aesthetic preferences? And, to compound this question further, what is the approximate value of this relationship in numerical proportions? To answer these questions, the research was conducted in two stages. The primary stage involved evaluations to identify the variables that, through being changed, could help reproduce the greatest number of dome types. On the one hand, drawing data from previous studies did not suffice to achieve this goal. On the other hand, controlling or limiting these variables was crucial for obtaining a numerical proportion between them. The second stage involved a survey design which was administered in two phases: pre-test and main test. The main test was designed as a multiple-choice computer survey in which the respondents were asked to select the dome which they perceived as the most beautiful from among a set of four presented domes, with varied proportions of one dome category based on the

findings. In choosing the domes for the survey, we took care to select the types of domes whose forms were more familiar to our Iranian sample of respondents. Three pre-questionnaires were also distributed to control the effects of such factors as mode of presentation, light and materials. We first studied and categorized the concept of proportion, the types of domes and effective variables in the reproduction of the outer form of the domes and, then, evaluated the aesthetic experience of the respondents through presenting manipulated visual stimuli of "shoulder" and "base" sections of the dome. The data were fed into IBM SPSS Statistics and modelled by MANOVA and repeated measure ANOVA. The participants included an available sample of 86 students ($f=40$, $m=46$; majoring in architecture=41, majoring in other fields=45) selected from among the students of all faculties at Tabriz Islamic Art University. The participants took part in our exclusive experiment designed and coded with *OpenSesame*, an open-source software product. The findings suggest the existence of a significant relationship between the aesthetic preferences of the respondents and the proportions composing the dimensions of the domes, especially the ones with a "base" section (2 ± 0.06). This study shows that the beauty of Iranian-Islamic domes is not a coincidence; but rather, it follows a certain set of aesthetic principles and rules.

Keyword: Iranian-Islamic architecture, geometric proportions, domes, experimental aesthetics.

* The present article has been derived from Farhad Ahmadnejad's PhD Course at Tabriz Islamic Art University, under the supervision of Dr. Massud Wahdattalab.

** Corresponding author. E-mail: m.wahdattalab@tabriziau.ac.ir



بررسی تجربی عوامل مؤثر در مطلوبیت زیبایی شناسانه تناسبات گنبد های معماری ایرانی - اسلامی*

مسعود وحدت طلب^{۱*}، فرهاد احمدنژاد^۲

۱. استادیار دانشکده معماری و شهرسازی، دانشگاه هنر اسلامی تبریز، تبریز، ایران.

۲. استادیار دانشکده معماری و شهرسازی، دانشگاه هنر اسلامی تبریز، تبریز، ایران.

(تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۶/۵/۲۵، تاریخ پذیرش نهایی: ۱۳۹۶/۱۰/۱۸)

چکیده

گنبدها و تناسبات آنها نقش مهمی در چشم‌نوازی معماری اسلامی بازی می‌کنند. هدف این مقاله رمزگشایی از دلایل جذابیت گنبدها و یافتن پاسخ به پرسش‌هایی از این دست است: تناسبات چه اهمیتی در معماری دارند و چه عواملی باعث تغییر تناسبات فرم بیرونی گنبدهای ایرانی می‌شوند؟ چه نسبتی از اجزای تشکیل‌دهنده چفد گنبدها، با استقبال مواجه می‌شود؟ مقاله ابتدا به مطالعه و طبقه‌بندی مفهوم تناسب، انواع گنبد و متغیرهای مؤثر در بازتولید شکل بیرونی گنبدها پرداخته و سپس به ارزیابی تجربه زیبایی شناسانه آزمودنی‌ها با محرک‌های بصری دستکاری شده در بخش شانه و آوگون گنبد، با روش تحلیل واریانس با اندازه‌گیری مکرر یک و چندعاملی، اقدام نموده است. در انتخاب گنبدها، دقت شده تا انواع گنبدهای انتخاب شده، از نمونه‌هایی باشند که فرم آنها برای آزمودنی‌های ایرانی شناخته شده‌تر هستند. همچنین برای بررسی تأثیر عواملی مانند نور یا مصالح، سه نوع پیش‌پرسشنامه توزیع شده است. آزمودنی‌ها شامل ۸۶ نفر (۴۶ پسر و ۴۰ دختر) و (۴۱ دانشجوی معماری و ۴۵ دانشجوی غیرمعماری) — از بین دانشجویان همه دانشکده‌های دانشگاه هنر اسلامی تبریز و به روش در دسترس انتخاب شدند و در آزمون رایانه‌ای که با نرم‌افزار آپن سیمسی، که ویژه این پژوهش طراحی و کدنویسی شده بود، شرکت داده شدند. یافته‌ها نشان می‌دهند که به‌ویژه در گنبدهایی که آوگون داشتند، می‌توان رابطه معناداری ($0.06 \pm$) بین ترجیحات زیبایی افراد و تناسبات ابعاد تشکیل‌دهنده گنبدها مشاهده نمود. این مقاله نشان می‌دهد زیبایی گنبدهای ایرانی - اسلامی، ویژگی تصادفی نیست و از قواعد و اصول زیبایی شناسانه مشخص پیروی می‌کند.

واژگان کلیدی

معماری ایرانی - اسلامی، تناسبات هندسی، گنبد، زیبایی شناسی تجربی.

* این مقاله برگرفته از درس ویژه ۲ دوره دکتری آقای فرهاد احمدنژاد است که در دانشگاه هنر اسلامی تبریز به راهنمایی دکتر

مسعود وحدت طلب به انجام رسیده است.

** نویسنده مسئول مکاتبات: E-mail: m.wahdattalab@tabriziau.ac.ir

مقدمه

عددی، به چه مقداری نزدیک است؟ برای رسیدن به پاسخ این سؤال‌ها، پژوهش در دو مرحله پیش برده شد. مرحله ابتدایی شامل مطالعاتی بود که طی آن، اقدام به شناسایی متغیرهایی شد که با تغییر آن‌ها، بتوان تا جای ممکن بیشترین نوع گنبدها را بازتولید نمود. داده‌های ترسیمی در پژوهش‌های پیشین، برای نیل به این هدف کافی نبود. از طرفی کنترل و محدود نگه‌داشتن این متغیرها، برای به دست آوردن نسبت عددی بین آن‌ها، نیز مهم بود. مرحله دوم طراحی آزمون بود که در دو مرحله پیش‌آزمون و آزمون اصلی انجام شد. آزمون اصلی، به صورت آزمون رایانه‌ای چندگزینه‌ای طراحی شد که در آن، از آزمون‌شوندگان خواسته شد تا از دسته‌های چهارتایی گنبد، که از یک گونه انتخاب شده و تناسبشان بر اساس یافته‌ها تغییر داده شده بود، گنبدی را که بیشتر به لحاظ زیبایی ترجیح می‌دادند، انتخاب نمایند. در نهایت آزمون با روش تحلیل واریانس با اندازه‌گیری مکرر تک‌عاملی و چندعاملی مورد تحلیل قرار گرفت.

موضوع پرداخته‌اند. این مطالعات را می‌توان به سه بخش تقسیم نمود: مطالعاتی که با رویکرد ریاضی و نحوه محاسبه تناسب زیبایی انجام شده؛ مطالعاتی که در آزمایش‌های خود، وجود یا تأیید این عدد را گزارش کرده‌اند؛ و مطالعاتی که رابطه و همبستگی را بین تناسب طلایی و ترجیح زیبایی افراد پیدا نکرده‌اند.

در حوزه اول، مقالات افرادی همچون بیرکهورف (Birkhof 1933)، بوسلی (Boselie 1984)، لفسور (Lefebvre 1922)، سینکلیر (Sinclair 2004) و کتاب‌هایی از هرتز فیشلر (Herz-Fischler 2001)، وبر (Weber 2002)، شارپ (Sharp 2002)، بلک و نستریل (Nešetřil Bálek and 2004) و تیموژکو (Tymoczko 2011) را می‌توان نام برد. البته قابل ذکر است که چون این موضوع در حوزه ریاضیات و

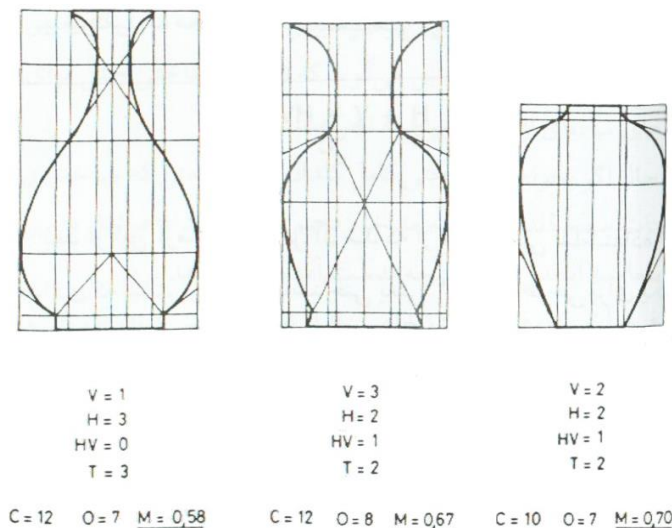
گنبد از مهم‌ترین نمادهای معماری، ایرانی-اسلامی است. گنبدها به دلایل بسیاری، همانند ارتفاع، تناسب و شاخص بودن خود، فرصتی برای نشان دادن قدرت سیاسی، اقتصادی، دینی و مذهبی و عرصه‌ای برای ظهور فناوری، صنعت و هنرهای مختلف زمان خود نیز بوده‌اند. این عنصر معماری چکیده فناوری و هنرهای هر دوره تاریخی محسوب می‌شود. علیرغم آنچه در مورد اهمیت گنبد در معماری ایرانی گفته شد، مطالعات مهمی در مورد تناسب هندسی آن صورت نگرفته است. پژوهش‌های موجود عمدتاً در مورد تاریخ، نحوه ترسیم، گونه‌شناسی شکلی و ویژگی‌های نیارشی و اقلیمی آنهاست.

سؤال اول این پژوهش عمدتاً بر چستی تناسب و متغیرهایی از گنبد، که توانایی بازتولید فرم و تناسبات شکلی گنبد را دارند، ناظر است. سؤال دوم که در واقع سؤال اصلی پژوهش می‌باشد، این است که چه رابطه‌ای بین نسبت متغیرهای تشکیل‌دهنده فرم هندسی گنبد و ترجیح زیبایی‌شناسی افراد وجود دارد؟ این رابطه در قالب تناسب

۱. مرور ادبیات پژوهش

ادبیات موضوع در سه بخش هندسه و تناسب (به ویژه در معماری)، ادراک بصری و ترجیح یا قضاوت زیبایی‌شناسی در معماری بررسی شد. بخش اول، عمدتاً بر مطالعه در حوزه تناسب و دو بخش بعدی، بر نتایجی که در حوزه ادراک بصری و ترجیحات زیبایی‌شناسی انسان به دست آمده، متمرکز شد.

اصلی‌ترین کاربرد تناسب در حوزه ریاضیات و هندسه است. شروع پژوهش‌های مربوط به تناسب زیبایی را شاید بتوان به اقلیدس نسبت داد (Crasmareanu and Hreţcanu 2008)، از سال ۱۸۷۱ و با مطالعات فخنر (Fechner 1871)، بر روی تناسب طلایی مسیر جدیدی آغاز شد (Davis and Jahnke 1991) و تاکنون مطالعات زیادی به این



تصویر ۱: مطالعه مقدار اندازه زیبایی توسط بیرک‌هوف: اشکال آورده شده در تحلیل‌های زیبایی بیرک‌هوف، در بخش تحتانی و فوقانی، به دلیل داشتن قوس‌های دوگانه، به گنبد‌های مورد تحلیل شباهت دارند (Grütter 1987, 119).

Fig. 1: The study of the measure of the beauty by Birkhoff: The forms presented in Birkhoff's beauty analysis. As the lower and upper parts of this figures are similar to the domes of the analyzed dual arches (Grütter 1987, 119).

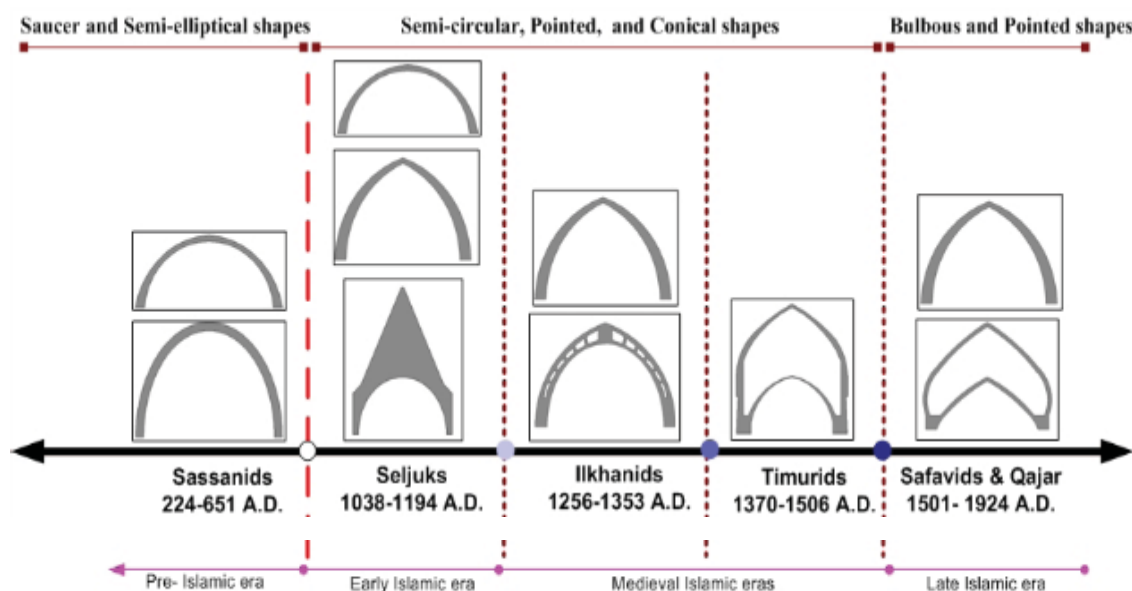
زیبایی‌شناسی افراد گزارش نکرده‌اند. گودک‌ویچ (Godkewitsch 1974)، مک منوس و همکاران (McManus, 2010)، م‌هشید و همکاران (Mahshid et al. 2004) و راقویر و گرین لیف (Raghubir and Greenleaf 2006) پژوهش‌هایی در این زمینه دارند که مطالعه آن‌ها می‌تواند دید گسترده‌تری را در این زمینه در اختیار محققان قرار دهد. گفتیم که این سه گروه از مطالعات بیشتر تمرکز خود را بر روی جنبه‌های عینی و عددی هندسه معطوف کرده‌اند.

تقریباً با شروع قرن بیست‌ویکم، شاخه‌ای از روان‌شناسی تکاملی به مطالعات مربوط به تناسبات بدن انسان و ترجیحات زیبایی‌شناسی او پرداخته است که تکیه عمده آن بر تأثیر و اهمیت تناسبات زیستی بر سلامت، ترجیح و انتخاب طبیعی افراد است. افرادی مانند سینگ (Singh 2002)، مارلو و همکاران (Marlowe, Apicella and Reed, 2005)، مارلو و ویتسمان (Marlowe and Wetsman 2001) و براون و همکاران (Brown, van der Zwan and Brooks 2012) و نهایتاً برتامینی و همکاران (Bertamini, Byrne and Bennet 2013) در نتایج خود گزارش کرده‌اند که وقتی نسبت بین برخی بخش‌های بدن به میزان مشخصی باشد، ترجیح بیشتری به آن

هندسه تاریخچه‌ای طولانی دارد، می‌توان کتاب‌ها و مقالات بسیاری را در این حوزه نام برد (شکل ۱).

در حوزه دوم — مطالعاتی که در آزمایش‌های خود، وجود یا تأیید عدد طلایی را گزارش کرده‌اند — مطالعات پژوهندگانی همچون سفرس و همکاران (Seghers, Longacre and Destefano 1964)، بنجافیلد و آدامز (Benjafeld and Adams 1976)، پیل (Piehl 1978)، دیویس و یانکه (Davis and Janke 1991) و راسل (Russell 2000) را می‌توان برشمرد. همچنین برخی از مطالعات به تعمیم دادن یا تحقیق در دیگر اشکال ساده هندسی (McManus 1980) یا اشکال یا فرم‌های پیچیده‌تر (Boseli 1984) پرداخته‌اند که از جمله آن‌ها می‌توان به بررسی تناسبات در هندسه مثلث (Friedenberg 2012) اشاره نمود. لازم به ذکر است بیشتر مطالعات انجام‌شده در تناسبات طلایی، در زمینه مستطیل طلایی با نسبت‌های طول به عرض ۱.618 بوده است.

اما بخش سوم مطالعات موجود در این حوزه، «تناسبات طلایی» را به جای «نسبت طلایی» مطرح کرده‌اند و در آزمون‌های مطالعات خود، این نسبت را ورای یک عدد، بلکه به بازه‌ای گسترده‌تر از نسبت ۱.618 (در حدود ۱.4 تا ۱.9) رسانده‌اند یا همبستگی خاصی را بین این نسبت و ترجیح



تصویر ۲: نمونه تحلیل تاریخی فرم گنبدهای اسلامی (اشکان و همکاران ۲۰۰۹، ۱۱۲)
Fig. 2: An example of the historical analysis of the form of Islamic domes (Ashkan et al. 2009, 112)

(Cowan 1977) و وحدت طلب و رضایی زاده (Wahdattalab and Rezaeizade 2016) قابل ذکر است (شکل ۲).

دسته سوم مقالات و کتبی را شامل می شوند که عمده بحث آن ها حول نحوه ترسیم یا اجرای قوس ها، طاق ها و گنبدهای ایرانی است. کتاب «طاق و قوس در معماری ایران» (Zomarshidi 1967)، مقالات مربوط به «چفدها و طاق ها» در معماری ایرانی (Pirnia and Bozorgmehri 1366) و «گنبد در معماری ایران» (Pirnia and Bozorgmehri 1370) از مرحوم پیرنیا در شماره های ۲۰ و ۲۴ مجله اثر و مقاله ای با نام «طاق های ایرانی بر اساس گفته غیاث الدین جمشید کاشانی» (Kheyri 2010; Djazbi 1985) را می توان جزو مهم ترین آثار این دسته به حساب آورد.

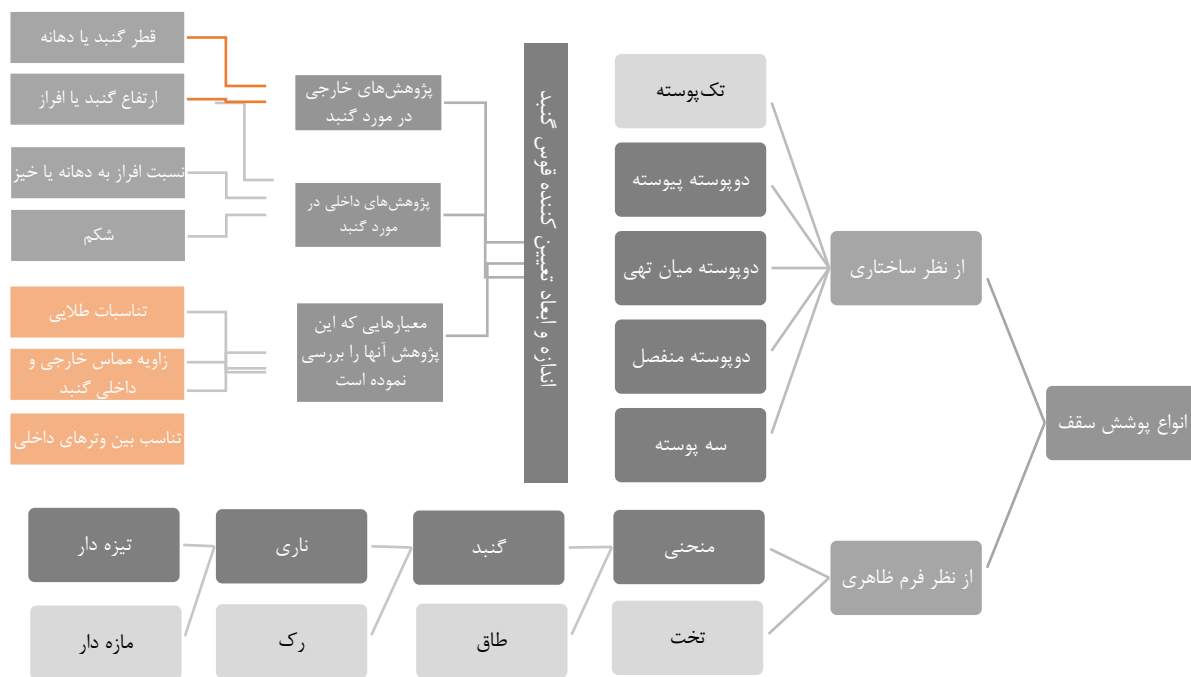
مطالعات فوق ایده ها و روش های مختلفی را در اختیار نگارندگان قرار دادند تا با امکان سنجی و امتحان کردن آن ها به یافتن روشی ترسیمی، جامع و پاسخگو برای تولید انواع گنبدها نائل آیند. با این حال، این گونه نبود که با تغییر یک یا دو متغیر در این روش های ترسیم، بتوان تعداد بسیاری از گنبدهایی را که به تناسب گنبدهای استفاده شده در معماری ایرانی-اسلامی نزدیک هستند تولید کرد و در عین حال بتوان

شخص وجود خواهد داشت و شخص زیباتر (جذاب تر، سالم تر و به لحاظ سنی جوان تر) به نظر خواهد رسید. یافته های این حوزه به درونی و همه شمول بودن ادراک زیبایی افراد و موجودات تأکید دارد و زیبایی شناسی انسان را در راستای تناسب اعضا و جسم انسان مورد بررسی قرار می دهد.

۲. گنبدهای مورد مطالعه

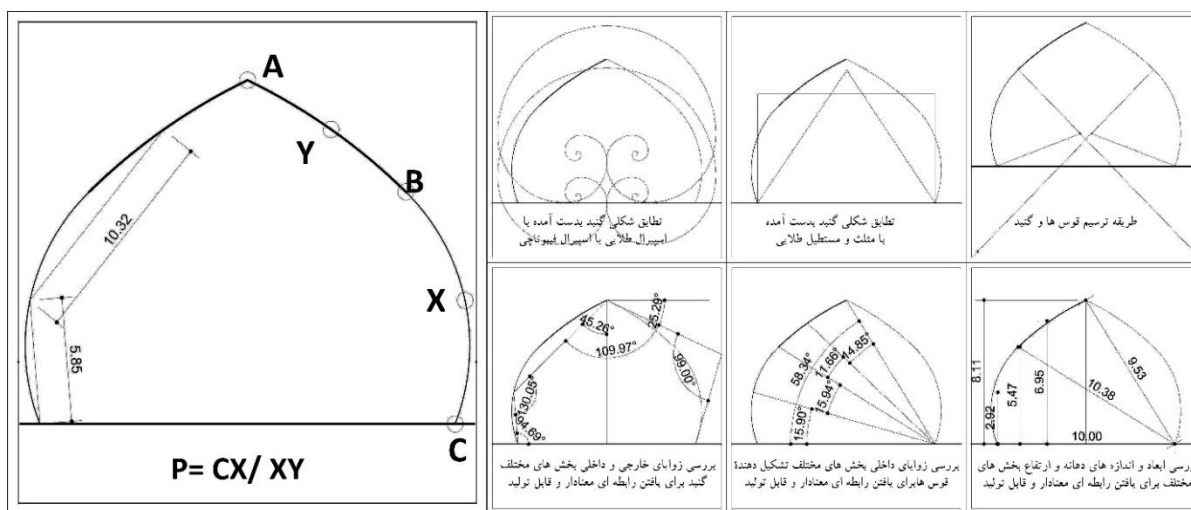
در این مقاله، محققان برای رسیدن به یک چهارچوب عملی، مطالعات انجام شده در حوزه گنبدها را مرور نمودند. این مطالعات را می توان به سه دسته کلی تقسیم کرد: دسته اول مقالات و کتبی هستند که به مطالعه ساختار و سازه گنبدها پرداخته اند و مقالاتی از هوئرتا و همکاران (Huerta and Hernández-Ros 2007؛ Huerta 2007)، گای (Gye 1988)، باراتا (Baratta 2013) و برنچ (Branch 2011) را می توان در این دسته قرار داد.

دسته دوم مقالاتی هستند که به صورت تاریخی-تحویلی به سیر تکامل فرم گنبدها در طول تاریخ یا در یک دوره مشخص پرداخته اند. از مهم ترین آن ها مقالات اشکان و همکاران (Ashkan, Ahmad and Arbi 2012) و کوان



تصویر ۳: تحلیل تقسیم‌بندی فرم سقف‌ها و گنبد‌ها و معیارهای به‌دست‌آمده از مطالعات

Fig. 3: Analysis of the division of ceiling and dome forms and the criteria derived from the reviewed studies

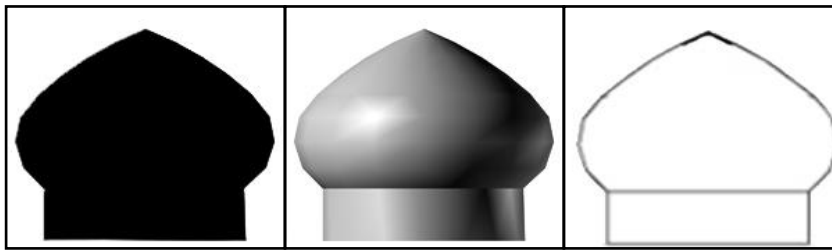


تصویر ۴: نحوه تحلیل گنبد‌ها و امکان‌سنجی یافتن رابطه‌ای عددی به‌عنوان متغیر مستقل آزمون. نهایتاً رابطه عددی موردنظر از تقسیم اندازه فاصله میانه قوس «شانه گنبد» و میانه «قوس آوگون» بر فاصله میانه «قوس آوگون» و نقطه کنج «دهانه گنبد» به دست آمد.

رابطه به‌دست آمده نهایی که اعداد معرفی‌شده در بخش‌های بعدی مقاله، حاصل این تناسب است (گفتنی است در تمامی تصاویر اندازه دهانه گنبد ثابت و برابر ۱۰ واحد در نظر گرفته شده است): (A) نقطه انتهایی قوس اول شکل‌دهنده گنبد (که در این مطالعه آن را «قوس آوگون» نامیده‌ایم); (B) نقطه تلاقی دو قوس یا نقطه انتهایی قوس دوم گنبد (در این مطالعه آن را «شانه گنبد» نامیده‌ایم); (C) نقطه گوشه دهانه گنبد; (X) نقطه میانی قوس آوگون; (Y) نقطه میانی «شانه گنبد». مقدار عددی تناسب گنبد از این رابطه به دست می‌آید: $P = YX / XC$.

Fig. 4: How to analyze the dome and the feasibility of finding a numerical relationship as an independent test variable. Finally, the numerical relationship was obtained by dividing the size of the mid-arc "Avgun" and the middle of the "curved arch" on the median "arched" and the dotted point of the "span of the dome."

The equation introduced in the next sections is the result of this fit: (all images are considered with the same span size which is 10 units): (A) the end point of the first arc which forms the dome (In this study we call it the "Lean arch"); (B) the point of the intersection of two arches or the end point of the second arc of the dome (in this study it is called the "dome's shoulder"); (C) the corner point of the dome; (X) is the middle point of the curved "Lean Arch"; (Y) the midpoint of the "Dome's shoulder". The numerical value obtained from these explained proportions is: $P = YX / XC$



تصویر ۵: نمونه‌های توزیع‌شده با سه نوع از حالات ترسیم و نور در آزمون آزمایشی که نهایتاً نمونه سمت چپ، به صورت کنتراست کامل سیاه‌وسفید انتخاب و در آزمون نهایی استفاده شد.

Fig. 5: Distributed questionnaires with three types of scene modes and light in the test, which were finally selected from the left-hand side, in black and white selected and used in the final test.

همچنین برای آزمون اینکه آیا نوع ارائه، نور یا مصالح بر انتخاب آزمودنی‌ها تأثیر گذاشته است یا خیر، سه نوع پیش‌پرسش‌نامه توزیع شد که تنها وجه تفاوت آن‌ها نوع ارائه گنبدها بود. در این مرحله، که ۱۳۴ آزمودنی (۶۹ مرد و ۶۵ زن) در آن شرکت داشتند، نتایج اولیه نشان داد که نور و نوع مصالح در انتخاب پاسخ‌دهندگان عامل مداخله‌گر بوده است، لذا برای از بین بردن هر گونه تعبیر شخصی، از حالت کنتراست سیاه‌وسفید استفاده گردید. پرسش‌نامه نهایی به‌صورت آنچه در شکل ۶ آمده است تدوین شد و مورد آزمون قرار گرفت. در این مرحله شکل‌ها در هر ردیف به‌صورت چهارگزینه‌ای تدوین شدند.

۳. جامعه مورد مطالعه

پژوهش حاضر از نوع علی‌مقایسه‌ای است و جامعه مورد مطالعه آن شامل کلیه دانشجویان رشته‌های مختلف دانشگاه هنر اسلامی تبریز می‌باشد. تعداد نمونه اولیه ۱۰۰ نفر در نظر گرفته شده بود که پس از حذف ۱۴ نفر به دلیل پاسخ ندادن به تعداد بیش از ۱۰ سؤال، در نهایت پاسخ ۸۶ نفر از دانشجویان مورد تحلیل نهایی قرار گرفت. نمونه‌ها از بین دانشجویان رشته‌های مختلف، به صورت نمونه‌گیری در دسترس انتخاب شدند و کسانی که داوطلبانه حاضر بودند در آزمون شرکت کنند، در آزمون نهایی شرکت داده شدند.

از ۸۶ نفر مذکور ۴۶ نفر دانشجوی پسر با میانگین سنی ۲۲.۷ و دانشجویان دختر ۴۰ نفر با میانگین ۲۰.۹۵ بودند.

آن‌ها را گونه‌ای مجزا یا هم‌گروه با هم قرار داد. در پژوهش‌های پیشین، معیارهای ساده و ثابتی که تناسب را شکل می‌دادند اهمیت بسیاری داشت تا بتوانند تناسب استخراج‌شده عینی را با ترجیحات افراد، به صورت ذهنی تطبیق دهند و همچنین یافته‌ها قابلیت مقایسه به لحاظ عددی داشته باشند. لذا در مقاله حاضر نیز متغیرهایی به غیر از متغیرهای ذکرشده در این کتاب‌ها که شکل و فرم گنبد را با آن ترسیم می‌کردند، جستجو گردید.

در نهایت، با بررسی‌های بیشتر مشاهده شد که بیشتر گنبدها از دو قوس اصلی تشکیل شده‌اند. یکی از آن‌ها در ابتدا و روی دهانه قرار دارد که از این پس در این مطالعه در اشاره به آن از عبارت «قوس آوگون» استفاده خواهیم کرد؛ و بخش دوم قوسی است که به نقطه اوج گنبد و تلاقی دو قوس در بالای گنبد منتهی می‌شود و در ادامه به نام «شانه گنبد» خواهیم خواند. محققان با بررسی تناسبات مثلث حاصل از سه رأس: نقطه شروع قوس بر روی دهانه گنبد، وسط «قوس آوگون» و وسط «شانه قوس» گنبد توانستند رابطه‌ای به دست آورند که با کم‌و‌زیاد کردن این رابطه عددی بین اندازه اضلاع این مثلث، بازتولید بیشتر گنبدهای آوگون‌دار در گروه‌ها با تناسبات موردنظر میسر می‌شود. در شکل ۵، این گنبدها با تناسبات دستکاری‌شده و حاصل‌های عددی به‌دست‌آمده نشان داده شده‌اند.

در انتخاب گنبدها، دقت شد تا نمونه‌هایی گزینش شوند که فرم آن‌ها برای آزمودنی‌های ایرانی شناخته‌شده‌تر هستند.

جدول ۱: آمار توصیفی مربوط به آزمودنی‌ها
Table 1: Descriptive statistics for test subjects

آزمون‌شوندگان		تعداد	بازه سنی	میانگین سنی	انحراف معیار سنی
	پسر	۴۶	۱۹-۴۵	۲۲,۷	۴,۴۴
	دختر	۴۰	۱۹-۳۱	۲۰,۹۵	۲,۵۵
	معماری	۴۱	۲۰-۴۵	۲۳,۶۳	۴,۱۹
	غیرمعماری	۴۵	۱۹-۳۴	۲۰,۲۹	۲,۴۵
	کل	۸۶	۱۹-۴۵	۲۱,۸۸	۳,۷۷

نمره به آن‌ها اختصاص می‌دادند. ترتیب ظاهر شدن هر یک از ۳۲ گنبد به صورت تصادفی بود و هیچ ارتباطی به جایگاه آن گنبد در درون گروه خود نداشت تا امکان تمرکز آزمودنی‌ها به تکلیف امتیازدهی، بدون توجه به تعلق گنبد به گروه خاص، فراهم باشد.

ترتیب تصادفی ظاهر شدن گزینه‌ها، ثابت بودن رایانه موردنظر و ثابت بودن میزان نور صفحه متغیرهای مداخله‌گری بودند که در زمینه کنترل آن‌ها دقت به عمل آمد. همچنین به دلیل توزیع تصادفی ترتیب ظاهر شدن تصاویر، نمره‌دهی کم یا زیاد افراد در ابتدای آزمون سبب یکنواختی توزیع نمره‌ها در میانگین کلی نمرات داده‌شده می‌شود.

۵. روش گردآوری داده‌ها

بخش اول آزمون که انتخاب از بین گزینه‌ها بود توسط موشواره انجام گرفت و طی آن آزمودنی‌ها از بین چهار گزینه تصویری در چهار بخش نمایشگر، یکی را انتخاب می‌کردند. در بخش دوم آزمون، افراد با استفاده از رقوم روی صفحه‌کلید رایانه، به هر تصویر نمره‌ای می‌دادند که تحت نام آن نوع گنبد و زیرگروهی که قرار داشت، ذخیره می‌شد. در مرحله آخر، رشته، جنسیت، سن و اطلاعات مربوط به آزمودنی به صورت رایانه‌ای درج می‌شد و توسط نرم‌افزار به اطلاعات هر فایل که در فرمت اکسل ذخیره می‌شد، اضافه می‌گردید. تمامی آزمون‌ها توسط یکی از نگارندگان بین ساعات ۱۱ ظهر تا ۵ عصر، در رایانه قابل حمل لنوو مدل ۷۵۸۰، با صفحه‌نمایش ۱۵.۶ اینچ، با فرکانس ۶۰ هرتز، با نور پس‌زمینه کامل و صفحه‌کلید و

ضمناً از تعداد کل ۸۶ نفر، ۴۱ نفر دانشجوی معماری بودند و میانگین سنی آنان ۲۳.۶۳ بود. ۴۵ نفر دانشجوی غیرمعماری نیز با میانگین سنی ۲۰.۲۹ در آزمون شرکت داشتند. به تمامی دانشجویان روند دقیق آزمون به طور کامل توضیح داده شد و آنان طی آزمون نیز فرصت خواندن روند را به صورت نوشتاری داشتند. پیش‌آزمونی نیز با ۸ تصویر غیر از تصاویر اصلی انجام شد تا آزمودنی‌ها به روند آزمون عادت نمایند. در نمودار زیر جزئیات مربوط به آزمودنی‌ها آمده است.

۴. ابزار پژوهش

تکلیف رایانه‌ای پژوهش حاضر با نسخه ۳ نرم‌افزار «اپن سسمی»^۱، که تحت برنامه‌نویسی به زبان سایکوپای^۲ است، طراحی شده است. طراحی این تکلیف طی تحقیق و توسعه‌ای یک‌ماهه از سوی پژوهشگران حاضر و متناسب با سؤالات پژوهش و نیاز پژوهشگران انجام شده است. آزمون به گونه‌ای طراحی شد که ۳۲ گنبد انتخاب‌شده از مرحله مطالعه فرم گنبدها، ابتدا به صورت گروه‌های چهارتایی در صفحه مانیتور ظاهر شوند تا افراد به کمک موشواره از بین گروه موردنظر، گزینه خود را انتخاب نمایند. ترتیب گروه تصاویر ظاهرشده به صورت تصادفی بود. هدف از این بخش شناخت و آشنایی آزمودنی‌ها با موضوع و حدود کلی پژوهش بود و در تحلیل نهایی به دلیل توصیفی بودن، نتایج آن مورد تحلیل قرار نگرفت. آزمون اصلی بدین ترتیب طراحی شد که تصویر مربوط به هر گنبد به صورت جدا و تنها در صفحه نمایشگر ظاهر شود و آزمودنی‌ها می‌بایست امتیاز یک تا پنج را به ترتیب به عنوان کمترین و بیشترین

جدول ۲: بین افراد در دو گروه معماری و غیر معماری در سه گروه یعنی گروه‌های ۳، ۷ و ۸ تفاوت معناداری ملاحظه شد. در تحلیل تعاملی متغیرهای ترجیح زیبایی و جنسیت، در چهار گروه ۲، ۵، ۶ و ۸ تفاوت معناداری مشاهده گردید. در نهایت نتایج در همه گروه‌ها مؤید وجود تمایل به گنبدی‌هایی بودند که تناسب بین اجزای ذکر شده آن‌ها برابر 2 ± 0.06 است.

Table 2: There was a significant difference between the two groups of architecture and non-architecture in the three groups of groups 3, 7 and 8. In the interactive analysis of the variables of beauty and gender preferences, there was a significant difference in the four groups of 2, 5, 6 and 8. Finally, the results in all groups confirmed the tendency to domes with the ratios between the components mentioned to be 0.06 ± 2 .

					$F(3,252) = 31.44$ $P = .000 < .05, \eta^2 = .272$ فرضیه صفر رد شده و تفاوت بین نتایج معنادار است.	گروه ۱
					$F(3,252) = 19.64$ $P = .000 < .05, \eta^2 = .190$ فرضیه صفر رد شده و تفاوت بین نتایج معنادار است.	گروه ۲
					$F(3,252) = 59.56$ $P = .000 < .05, \eta^2 = .415$ فرضیه صفر رد شده و تفاوت بین نتایج معنادار است.	گروه ۳
					$F(3,252) = 41.33$ $P = .000 < .05, \eta^2 = .330$ فرضیه صفر رد شده و تفاوت بین نتایج معنادار است.	گروه ۴
					$F(3,252) = 90.39$ $P = .000 < .05, \eta^2 = .518$ فرضیه صفر رد شده و تفاوت بین نتایج معنادار است.	گروه ۵
					$F(3,252) = 23.46$ $P = .000 < .05, \eta^2 = .258$ فرضیه صفر رد شده و تفاوت بین نتایج معنادار است.	گروه ۶
					$F(3,252) = 37.98$ $P = .000 < .05, \eta^2 = .311$ فرضیه صفر رد شده و تفاوت بین نتایج معنادار است.	گروه ۷
					$F(3,252) = 34.16$ $P = .000 < .05, \eta^2 = .269$ فرضیه صفر رد شده و تفاوت بین نتایج معنادار است.	گروه ۸

موشواره خود رایانه اجرا شدند.

دسته‌بندی شدند)، در سه گروه شامل گروه ۳ = $F(3, 246)$

گروه ۷ = $F(3, 246)=2.8, p=0.04<0.05$ ، گروه ۸ = $F(3, 246)=3.02, p=0.030<0.05$

و تفاوت معناداری

ملاحظه شد اما نتایج تحلیل گزینه‌ها، تمایل خاصی به سمت تناسب عددی کوچک یا بزرگ‌تر را نشان نمی‌داد.

اما در تحلیل تعاملی متغیرهای ترجیح زیبایی و جنسیت،

در ۴ گروه شامل گروه ۲ = $F(3, 246)=2.73, p=0.044<0.05$

گروه ۵ = $F(3, 246)=5.53, p=0.001<0.05$

گروه ۶ = $F(3, 246)=4.54, p=0.004<0.05$

و نهایتاً گروه ۸ = $F(3, 246)=2.91, p=0.035<0.05$ تفاوت

معناداری ملاحظه شد. نکته‌ای که در این مورد حائز اهمیت و

نیازمند مطالعات دقیق‌تر و بیشتر می‌باشد، این است که در سه

مورد از چهار مورد فوق (گروه‌های ۵، ۶ و ۸) ترجیح پسران

به گنبدی است که تناسب عددی آن بزرگ‌تر می‌باشد.

تحلیل‌های مجزای تی تست مستقل نیز همین یافته را در

مورد دو گزینه نزدیک به هم تأیید می‌کرد. اما با توجه به

اینکه چینه تناسبات گنبدها و فاصله عددی آن‌ها — به

خاطر جدید بودن زمینه و نوع آزمون — یکنواخت و دقیق

نیست، اظهار نظر و نتیجه‌گیری قطعی در این خصوص باید به

تحقیقات بعدی موکول شود.

همچنین، علیرغم اینکه نتایج در همه گروه‌ها مؤید

وجود تمایل به گنبدهایی بود که تناسبات بین اجزای ذکر شده

آن‌ها برابر 2 ± 0.06 است، از آنجایی که هندسه گنبد،

پارامترهای فراوانی دارد که ممکن است فرم آن را تغییر دهد

و حاصل، شکلی به لحاظ زیبایی‌شناسی متفاوت باشد،

محدود کردن عددی آن، شاید به مطالعات گسترده‌تر و

دامنه‌دارتری نیاز داشته باشد.

۶. روش تحلیل داده‌ها

داده‌ها در نسخه ۲۳ نرم‌افزار «اس پی اس اس» مورد تحلیل

قرار گرفتند. جهت تحلیل داده‌ها از آزمون تحلیل واریانس

با اندازه‌گیری مکرر یک و چندمتغیره آنوا و مانووا استفاده

شد. متغیر مستقل در این مطالعه، تناسبات گنبدهای

طراحی شده است. متغیر وابسته نمره‌ای است که افراد در

طیف ۱ تا ۵ و بر اساس ترجیحات زیبایی‌شناسی خود به هر

گنبد می‌دادند. متغیرهای کنترل که تأثیر تعاملی آن‌ها بررسی

شد، جنسیت و رشته تحصیلی افراد بودند.

۷. یافته‌ها

فرضیه صفر پژوهش این گونه در نظر گرفته شد که

دانشجویان ترجیح خاصی نسبت به فرمی با تناسبات مشخص

نخواهند داشت. همچنین در تحلیل تعاملی تأثیر عامل تناسب

گنبد بر جفت گروه‌های دانشجویان دختر و پسر و دانشجویان

معماری و غیرمعماری، تفاوت معناداری مشاهده نخواهد شد.

یافته‌های پژوهش، در تمامی گروه‌ها فرضیه صفر اول را رد و

در تعدادی از گروه‌ها فرضیه صفر دوم و سوم را رد کردند.

تفاوت معنادار انتخاب دانشجویان — فارغ از جنسیت و رشته

تحصیلی آن‌ها — مربوط به گزینه‌هایی است که نسبت بین

ابعاد اضلاع به دست آمده از بخش مطالعه گنبدها 2 ± 0.06

می‌باشد. این رابطه در همه گروه‌های گنبدها دیده می‌شود و

در جدول ۲ نشان داده شده است.

در تحلیل تعاملی نتایج، در عامل ترجیح زیبایی و رشته

مورد مطالعه (که افراد در دو گروه معماری و غیرمعماری

نتیجه‌گیری

در بخش عینی، گنبدهای ناری تیزه‌دار و آوگون‌دار

انتخاب شدند. این انتخاب به دو دلیل بود: نخست اینکه این

فرم از گنبدها در دوره‌های اوج معماری ایرانی - اسلامی،

یعنی از دوره‌های سلجوقی و صفوی، که به لحاظ سازه‌ای،

مقاله به دو بخش عینی، یعنی بررسی هندسه و تناسبات عددی

گنبدهای مورد مطالعه، و ذهنی، یعنی تحلیل رابطه بین تأثیر

تناسبات گنبد بر ترجیح زیبایی‌شناسی افراد نسبت به گنبدهای

به دست آمده از مطالعات مرحله اول، تشکیل شده است.

مفهومی و زیبایی معماری به پختگی رسیده بودند، رواج پیدا کردند. دوم اینکه این گنبدها از یک بیرون زدگی در بخش آوگون برخوردارند که هم بر اساس نظریات زیبایی شناسی بیرکھوف می تواند زیبایی بیشتری داشته باشند و هم تنوع فرم آن ها به دلیل محل قرارگیری مرکز قوس اول و دوم بیشتر است. در گونه های ساده گنبد، مانند گنبدهای دوره های اول اسلامی و گنبدهای تک پوسته، قطر دهانه و ارتفاع، خیز و تناسبات گنبد را تعیین می کنند. همچنین قوس گنبدهای مختلف و نحوه ترسیم آن ها توسط اساتید بزرگی همانند کاشانی، لرزاده و پیرنیا مطالعه شده بودند، اما چون یافتن نسبت هایی با معیارهای کمتر با توانایی بازتولید بیشترین گونه گنبدها مورد نیاز بود، مطالعات گسترده تری برای یافتن معیارهای بهتر انجام گرفت.

از طرف دیگر، بخش ذهنی، یعنی ترجیح زیبایی افراد نشان داد که همانند دیگر موضوعات مطرح در زیبایی شناسی، نمی توان مانند بیرکھوف و دیگر هم دوره های او در دهه های اول قرن بیستم، که طی آن مطالعات تجربی زیبایی عرصه جدیدی محسوب می شد، با محدود کردن اندازه زیبایی به عدد و رقم، با موضوع برخورد نمود. همچنین این مطالعه وجود رابطه بین ترجیح تناسبات گنبد با عدد ۱.۶۱۸ یا تطابق با مثلث، مستطیل یا منحنی فیبوناچی را نشان نداد. این تطابق با آنکه در بعضی نمونه های مطلوب قابل مشاهده بود، امکان تعمیم در تمامی گروه ها و نمونه ها را نداشت.

بیشترین تطابق یافته های این مقاله با حوزه های سوم و چهارم ادبیات پژوهش بود. نسبت به دست آمده، یعنی ± 0.06 ۲، به نسبت های نزدیک به ۱.۹ که محققانی مانند گودکویچ و مک منوس و همکارانش ذکر کرده اند، نزدیک است. همچنین نزدیکی روش آزمون و تحلیل موضوع، پژوهش حاضر را به لحاظ ریشه های روان شناسانه، به مطالعات روان شناسی شناختی نزدیک تر می سازد. البته گفتنی است به دلیل پیچیدگی و چندبعدی بودن موضوعات ذهنی در حوزه

زیبایی شناسی و روان شناسی، برای اظهار نظر دقیق در این زمینه نیاز به تکرار بیشتر وجود دارد.

یافته ها نشان می دهد که به ویژه در گنبدهای آوگون دار می توان رابطه معناداری بین ترجیحات افراد و تناسبات خاص در گنبدها مشاهده نمود. این نسبت که از تقسیم اندازه فاصله رأس گنبد تا وسط شانه قوس، بر اندازه فاصله پای دهانه گنبد تا وسط قوس آوگون به دست آمده است، با یافته های قبلی در مورد تناسبات طلایی منطبق نیست و در مورد گنبدهای بررسی شده، معنادار و به عدد 2 ± 0.06 نزدیک است. همچنین مشخص شد بین ترجیحات زیبایی شناسانه دانشجویان رشته های مختلف این جامعه آماری، تفاوت معناداری وجود ندارد اما بین گروه های جنسیتی، ترجیح زیبایی شناسانه پسران به سمت گنبدی که تناسب عددی آن بزرگ تر است، تمایل نشان می دهد.

با آنکه چنین برداشت می شود که تمهید آوگون در روند تکاملی گنبدهای ایرانی-اسلامی، تأیید تفوق ضروریات زیبایی شناسانه بر مقتضیات سازه ای باشد، مقاله حاضر این امر را شرط لازم می داند نه شرط کافی. اثبات تفوق زیبایی شناسانه نسبت هندسی خاص اضلاع گنبد، می تواند نشانه ای از نظم پنهان این اندام از معماری پیشینیان باشد.

بحث پرداختن به ریشه های این زیبایی شناسی مشترک، مجال دیگری می خواهد. با این حال، به نظر می رسد از آنجا که این نوع از معماری به مرور زمان شکل گرفته و طی صدها سال با دریافت بازخوردهای زیبایی شناسانه مخاطبان، خود را وفق داده است، خروج و انحراف کمتری از معیارهای هنری عام را شاهد بوده و در نتیجه از شانس بیشتری برای پذیرفته شدن و مقبولیت زیبایی شناسانه برخوردار شده است. این تحقیق می تواند مقدمه و فتح بابی باشد برای پژوهشگرانی که در پی معرفی نحوه ترسیم قوس هایی هستند که از بخت بیشتری برای مقبولیت در بین مخاطبان برخوردار خواهند بود.

پی نوشت ها

1. Open Sesame
2. PsychoPy

فهرست منابع

- پیرنیا، کریم و زهره بزرگمهری. ۱۳۶۶. چفدها و طاق‌ها. اثر ۲۴: ۵-۴۵.
- _____. ۱۳۷۰. گنبد در معماری ایران. اثر ۲۰: ۵-۱۳۹.
- جذبی، سید علی‌رضا. ۱۳۶۴. طاق‌های ایرانی براساس گفته غیاث‌الدین جمشید کاشانی. اثر ۱۰: ۱۶۶-۱۷۴.
- خیری، علی. ۱۳۸۹. قوس معماری ایرانی اسلامی در مفتاح الحساب غیاث‌الدین کاشانی. کتاب ماه علوم و فنون ۱۲۹: ۲۸-۳۴.
- زمرشیدی، حسین. ۱۳۴۶. طاق و قوس در معماری ایران. تهران: نشر کیهان.
- گروتز، یورگ کورت. ۱۹۸۷. زیبایی‌شناسی در معماری. ترجمه جهان‌شاه پاکزاد. ۱۳۸۶. تهران: دانشگاه شهید بهشتی.
- وحدت‌طلب، مسعود و الهام رضایی‌زاده. ۱۳۹۵. ریخت‌شناسی گنبد (پژوهشی در مورد تناسبات زیبایی‌شناختی و چگونگی پراکنش گنبد‌های مساجد فلات مرکزی ایران). فیروزه اسلام (پژوه معماری و شهرسازی اسلامی) ۲ (۲): ۱۰۹-۱۲۴.
- مehشید، مینو، علیرضا خوشوقتی، مسعود ورشوساز، و ناصر ولایی. ۱۳۸۳. بررسی وجود نسبت طلایی در دندانه‌های قدامی بالا در افراد دارای لیخند زیبا. مجله دانشکده دندانپزشکی دانشگاه علوم پزشکی شهید بهشتی ۲۲ (۱): ۱۶۸-۱۷۸.

منابع انگلیسی

- Ashkan, Maryam, Yahaya Ahmad, and Ezrin Arbi. 2012. Pointed dome architecture in the Middle East and Central Asia: Evolution, definitions of morphology, and typologies. *International Journal of Architectural Heritage* 6(1): 46-61.
- Bálek, Martin and Jaroslav Nešetřil. 2004. *Towards mathematical aesthetics*. Citeseer.
- Baratta, Alessandro. 2013. On the structural assessment of masonry vaults and domes. *International Journal of Mechanics* 7(3): 201-09.
- Benjafield, John. 1976. The golden rectangle: Some new data. *The American journal of psychology* 89(4): 737-43.
- Bertamini, M., C. Byrne, and K. M. Bennett. 2013. Attractiveness is influenced by the relationship between postures of the viewer and the viewed person. *i-Perception* 4(3): 170-79.
- Birkhoff, George David. 1933. *Aesthetic measure*. Cambridge: Harvard University Press.
- Boselie, Frans. 1984. Complex and simple proportions and the aesthetic attractivity of visual patterns. *Perception* 13(2): 91-96.
- Branch, N.J. 2011. *The dome in Christian and Islamic sacred architecture*.
- Brown, Jennifer Rees, Rick van der Zwan, and Anna Brooks. 2012. Eye of the beholder: Symmetry perception in social judgments based on whole body displays. *i-Perception* 3(7): 398.
- Cowan, Henry J. 1977. A history of masonry and concrete domes in building construction. *Building and Environment* 12(1): 1-24.
- Crasmareanu, Mircea and Cristina-Elena Hreţcanu. 2008. Golden differential geometry. *Chaos, Solitons & Fractals* 38(5): 1229-38.
- Davis, Susan T and John C Jahnke. 1991. Unity and the golden section: Rules for aesthetic choice? *The American Journal of Psychology* 104(2): 257-77.
- Djazbi, Seyed Ali Reza. 1985. "Iranian arches, according to Ghiasuddin Jamshid Kashani. *Asar* 10: 166-74. [In Persian]
- Fechner, Gustav Theodor. 1871. *Zur experimentalen Aesthetik*. Hirzel.
- Fechner, Gustav Theodor. 1876. *Vorschule der aesthetik*. Breitkopf & Härtel.
- Friedenberg, Jay. 2012. Aesthetic judgment of triangular shape: Compactness and not the golden ratio determines perceived attractiveness. *i-Perception* 3(3): 163.
- Godkewitsch, Michael. 1974. The golden section: an artifact of stimulus range and measure of preference. *The American Journal of Psychology* 87(1-2): 269-77.
- Grütter, Jörg Kurt. 1987. *Ästhetik der Architektur: Grundlagen der Architektur-Wahrnehmung*. Translated by Jahanshah Pakzad. 2007. Tehran: Shahid Beheshti University. [in Persian].
- Gye, D. H. 1988. Arches and domes in Iranian Islamic Buildings: An engineer's perspective. *Iran* 26: 129-44.
- Herz-Fischler, Roger. 2001. Proportions in the Architecture Curriculum. *Nexus Network Journal* 3(2): 163-85.
- Huerta Fernández, Santiago and Ricardo Aroca Hernández-Ros. 1989. Masonry Domes: A study on proportion and similarity. In *Proceedings of IASS 30th Anniversary World Congress, Madrid 11-15 September 1989*. Vol. 1.
- Huerta, Santiago. 2007. Oval domes: History, geometry and mechanics. *Nexus Network Journal* 9(2):211-48.
- Kheyri, Ali. 2010. The arch of Iranian Islamic architecture in Moftah al-Hassab Ghiyasuddin Kashani. *Book of Science and Technology* 129(4): 28-34. [in Persian].
- Lefebvre, Vladimir A. 1992. A rational equation for attractive proportions. *Journal of Mathematical Psychology* 36(1): 100-28.
- Mahshid, Minoo, Alireza Khoshvaghti, Masoud Varshosaz, and Naser Vallaei. 2004. Evaluation of "golden proportion" in individuals with an esthetic smile. *Journal of Esthetic and Restorative Dentistry* 16(3): 185-92. [in Persian].
- Marlowe, Frank, and Adam Wetsman. 2001. Preferred waist-to-hip ratio and ecology. *Personality and individual differences* 30(3): 481-89.
- Marlowe, Frank, Coren Apicella, and Dorian Reed. 2005. Men's preferences for women's profile waist-to-hip ratio in two

- societies. *Evolution and Human Behavior* 26(6): 458–68.
- McManus, I. C., Richard Cook, and Amy Hunt. 2010. Beyond the golden section and normative aesthetics: Why do individuals differ so much in their aesthetic preferences for rectangles? *Psychology of Aesthetics, Creativity, and the Arts* 4(2): 113.
- McManus, I. C. 1980. The aesthetics of simple figures. *British Journal of Psychology* 71(4): 505–24.
- Piehl, Jochen. 1978. The golden section: The “true” ratio? *Perceptual and Motor Skills* 46(3): 831–34.
- Pirnia, Karim, and Zohreh Bozorgmehri. 1366. Arches and vaults. *Asar* 24: 5–45. [in Persian].
- . 1370. Dome in Iranian architecture. *Asar* 20: 5–139. [in Persian]
- Raghubir, Priya and Eric A. Greenleaf. 2006. Ratios in proportion: What should the shape of the package be? *Journal of Marketing* 70(2): 95–107.
- Russell, Phil A. 2000. Testing the aesthetic significance of the golden-section rectangle. *Perception-London* 29(12): 1413–22.
- Seghers, M. J., J. J. Longacre, and G. A. Destefano. 1964. The golden proportion and beauty. *Plastic and Reconstructive Surgery* 34 (4): 382–86.
- Sharp, John. 2002. Richard Padovan—Proportion: Science, Philosophy, Architecture. *Nexus Network Journal* 4(1): 113–22.
- Sinclair, Nathalie. 2004. The roles of the aesthetic in mathematical inquiry. *Mathematical Thinking and Learning* 6(3): 261–84.
- Singh, Devendra. 2002. Female mate value at a glance: Relationship of waist-to-hip ratio to health, fecundity and attractiveness. *Neuroendocrinology Letters* 23(4): 81–91.
- Tymoczko, Dmitri. 2011. *A geometry of music: harmony and counterpoint in the extended common practice*. Oxford University Press.
- Wahdattalab, Massoud, and Elham Rezayizadeh. 2016. Dome morphology (research on aesthetic proportions and distribution of domes of mosques in central plateau of Iran). *Firoozeh Islam (Islamic Architecture and Urban Planning)* 2(2): 109–24. [in Persian]
- Weber, Jürgen. 2002. *The judgment of the eye: The metamorphoses of geometry—One of the sources of visual perception and consciousness*. Springer.
- Zomarshidi, Hosein 1967. *Arch and vaults in Iranian architecture*. Tehran: Keyhan Publications. [in Persian]