



Tabriz Islamic Art University
1999



Investigating Geometrical Associations in the Plans of Brick Muqarnas Having Horizontal Flat Elements in the Historic Mosques of Central Iran: Retrieving the Missing Muqarnas Components in the Jameh Mosque of Saveh

Elham Rezaei¹ , Shahriar Nasekhian^{2*} , Nima Valibeig³ 

1. Ph.D. Student of Architectural Conservation, Architectural and Urban Conservation Department, Restoration and Conservation Faculty, Art University of Isfahan, Isfahan, Iran

2. Associate, Architectural and Urban Conservation Department, Restoration and Conservation Faculty, Art University of Isfahan, Isfahan, Iran

3. Associate Professor, Architectural and Urban Conservation Department, Restoration and Conservation Faculty, Art University of Isfahan, Isfahan, Iran

Received: 2024/05/30

Accepted: 2024/09/30

Abstract

The partially demolished brick muqarnas in the Jameh Mosque of Saveh was reconstructed in the 1990s by rebuilding eight rows, known as Qatār. The historical depictions of the remaining rows of this demolished muqarnas suggest that the reconstructed components have been implemented at varying heights compared to their original configurations. There is, however, the lack of historical documents and images that can portray its original form. The oldest available images, under Madame Dieulafoy's patronage, date back to the Qajar period and only depict the demolished form of this structure. Also, due to the lack of prior research into its original form, the present study attempts to achieve the original form of this muqarnas in the best possible manner. Data was obtained through surveying the plan of muqarnas via a close-range photogrammetric technique. Furthermore, data analysis was performed based on the theoretical practice geometry and planar geometry associations. Considering the height of the remaining rows and the type of the semi-dome arch, the number of rows was identified, which was 5. The typology of the filling elements in the penultimate row plan in the muqarnas of the statistical population, along with frequent arrangements of the plan elements and specific boundaries employed by traditional craftsmen for the length of curved elements in the muqarnas components led to four propositions regarding the plan of this muqarnas.

Keywords:

Brick Muqarnas with Horizontal Flat Elements, Retrieval of Missing Pieces, Geometric Associations, Muqarnas Plan, The Jameh Mosque of Saveh

*- Corresponding Author: s.nasekhian@aui.ac.ir



©2024 by the Authors. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0 license)
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0>

Introduction

The muqarnas located in the southern Iwan of the Jameh Mosque of Saveh has been reconstructed in a form different from the original one. Since there are no historical documents regarding the original form and the oldest available images date back to the Qajar period and only depict the demolished form of this structure and there is no research in this field, it is necessary to take steps to ascertain the original form of this muqarnas. Considering that the missing pieces of the muqarnas plan of Saveh mosque cannot be retrieved through the isometric geometric transformations in the plan, extensive research is needed to understand the original elements of the plan. In addition to identifying the number of the original rows, this research suggests several plans for the muqarnas by geometric associations in the muqarnas plans of the Historic Mosques of the Central Iran.

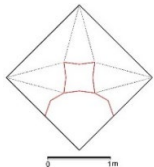
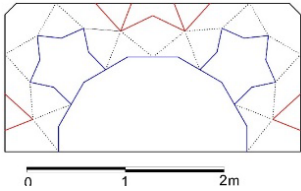
Materials and Methods

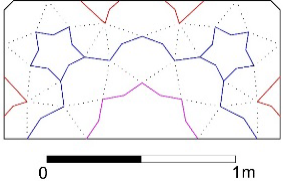
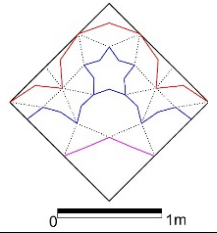
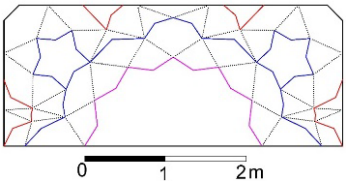
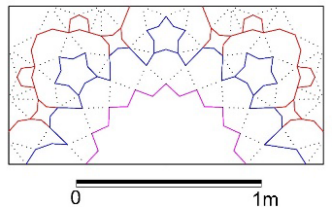
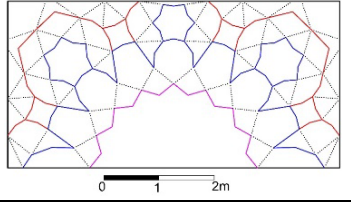
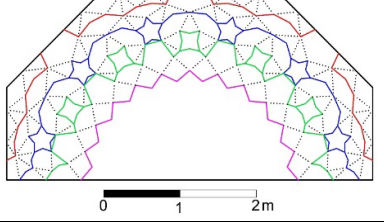
Data collection was conducted by close-range photogrammetry. This included taking photos of all parts of muqarnas, importing the photos into Agi soft meta shape software, building the 3D point cloud and exporting the orthomosaic. Plan drawing was also accomplished by applying orthomosaic. Data analysis was done using plane geometry and theoretical practical geometry.

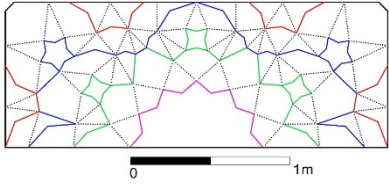
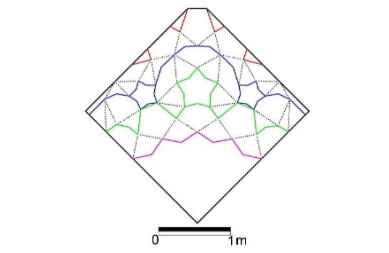
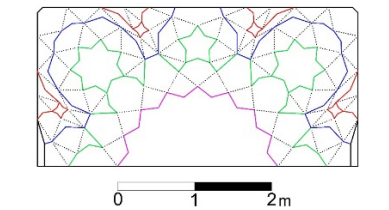
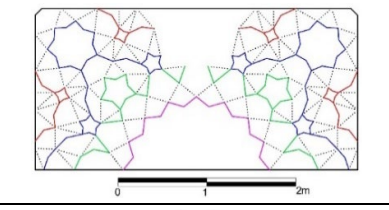
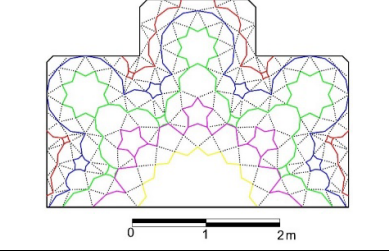
Results

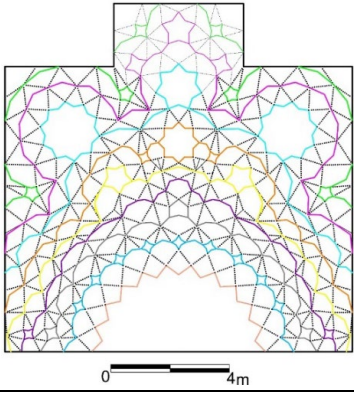
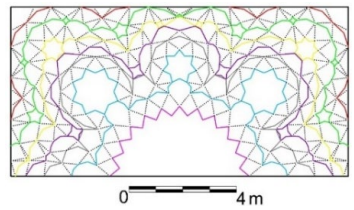
The Plans of brick muqarnas featuring horizontal flat elements in these historic mosques of the central Iran and some of their properties have been brought in (tab.1).

Tab. 1: plans of brick muqarnas having horizontal flat elements in the historic mosques of central Iran and their geometrical analysis

Muqarnas	Plan	Type s of Sham se	The upper verte x angle of Tora nj	Circumscribed circle of Shamse (R=Radius)	Relations hip between height of row and side length of Toranj	Filling elements of penultimate row in Connection with Toranj
1. Squinch of Hakim Bashi Mosque (The number of rows: 1)		-	-	-	-	-
2. Square Nimkar of Sorush badran Mosque (The number of rows: 2)		-	-	-	Length of Pabarik= $\frac{3}{5}$ of height of row	-
3. Squinch of Aghanoor Mosque (The number of rows: 3)		8	-	$\frac{1}{2} < R < \frac{2}{3}$ of width of square	-	-

Muqarnas	Plan	Type s of Sham se	The upper verte x angle of Tora nj	Circumscribed circle of Shamse (R=Radius)	Relations hip between height of row and side length of Toranj	Filling elements of penultimate row in Connection with Toranj
4. Square Nimkar of mihrab of illchi Mosque (The number of rows: 3)		8	156°	$\frac{1}{3} < R < \frac{1}{2}$ of width of rectangle	Length of Toranj = $\frac{4}{5}$ of height of row	An element (Shaparak)
5. Squinch of Imam hosein mosque (The number of rows: 3)		8	175°	$\frac{2}{5} < R < \frac{1}{2}$ of width of square	Length of Toranj = $\frac{1}{2}$ of height of row	2 elements (Shaparak)
6. Tonok Nimkar of Sarotaghi Mosque (The number of rows: 3)		12	141°	$\frac{1}{2} < R < \frac{2}{3}$ of width of rectangle	Length of Toranj = $\frac{3}{5}$ of height of row	An element (Shaparak)
7. Square Nimkar of Lanban Mosque (The number of rows: 3)		16	117°	$R = \frac{1}{2}$ of width of rectangle	Length of Toranj = $\frac{1}{2}$ of height of row	2 elements (Parak and Shaparak)
8. Square Nimkar of Imam hosein Mosque (The number of rows: 3)		16	125°	$R = \frac{1}{2}$ of width of rectangle	Length of Toranj = $\frac{2}{5}$ of height of row	2 elements (Parak and Shaparak)
9. Entrance Nimkar of Hakim Mosque (The number of rows: 4)		24	114°	$\frac{1}{2} < R < \frac{2}{3}$ of width of rectangle	Length of Toranj = $\frac{3}{5}$ of height of row	2 elements (Parak and Shaparak)

Muqarnas	Plan	Type s of Sham se	The upper verte x angle of Tora nj	Circumscribed circle of Shamse (R=Radius)	Relations hip between height of row and side length of Toranj	Filling elements of penultimate row in Connection with Toranj
10. Tonok Nimkar of Sarotaghi Mosque (The number of rows: 4)		12	129°	$\frac{1}{3} < R < \frac{1}{2}$ of width of rectangle	Length of Toranj = $\frac{4}{5}$ of height of row	An element (Shaparak)
11. Squinch of Hakim mosque (The number of rows: 4)		16	137°	$\frac{1}{2} < R < \frac{2}{3}$ of width of square	Length of Toranj = $\frac{1}{2}$ of height of row	2 elements (Parak and Shaparak)
12. Square Nimkar of Hakim Mosque (The number of rows: 4)		16	126°	$R = \frac{1}{2}$ of width of rectangle	Length of Toranj = $\frac{1}{2}$ of height of row	2 elements (Parak and Shaparak)
13. Entrance Nimkar of Illchi Mosque (The number of rows: 4)		16	125°	$\frac{1}{3} < R < \frac{1}{2}$ of width of rectangle	Length of Toranj = $\frac{3}{5}$ of height of row	2 elements (Parak and Shaparak)
14. Nimkar of Shoaya Mosque (The number of rows: 5)		16	124°	$\frac{1}{3} < R < \frac{1}{2}$ of width of the first rectangle	Length of Toranj = $\frac{1}{2}$ of height of row	2 elements (Parak and Shaparak)

Muqarnas	Plan	Type s of Sham se	The upper verte x angle of Tora nj	Circumscribed circle of Shamse (R=Radius)	Relations hip between height of row and side length of Toranj	Filling elements of penultimate row in Connection with Toranj
15. Nimkar of eastern Iwan of jame mosque of Isfahan (The number of rows: 9)		22	107°	$R = \frac{1}{4}$ of length of the first rectangle	Length of Toranj= height of row	An element (Shaparak)
16. Square Nimkar of jame mosque of Qom (The number of rows: 7)		24	96°	$\frac{1}{3} < R < \frac{1}{2}$ of width of rectangle	Length of Toranj = $\frac{2}{3}$ of height of row	2 elements (Shaparak)

Brick muqarnas having horizontal flat elements in the historic mosques of central Iran have different numbers of rows, as can be seen in [tab1](#). The most geometrical row is the last one. As the last row is only composed of the filling element, Toranj, it is not useful to classify muqarnas according to that. On the other hands, the first row and parts of the second row are intact. Therefore, the typology of muqarnas of the statistical population is determined according to the filling elements in the penultimate row.

In order to obtain theoretical practical geometry, reference was made to traditional craftsmen. The specific boundary used by these craftsmen for the curved elements was about ten percent more or less than the length of Toranj.

Discussion

The partially demolished brick muqarnas in the Jameh Mosque of Saveh was reconstructed in the 1990s by rebuilding eight rows, known as Qatār, as shown in ([fig. 1](#)).

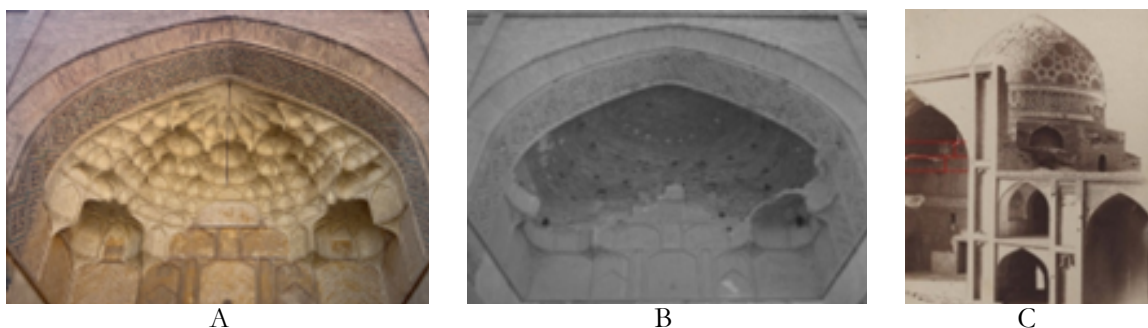


fig 1: Brick muqarnas of the Jameh mosque of Saveh. A) current situation, B) in the 1990s and C) Madame Dieulafoy's image

By comparing the old photo with the current one, the original parts on the reconstructed muqarnas could be identified: the first row and the parts of the second one. The type of the arch of muqarnas façade can be clearly seen in ([fig. 2](#)).



fig. 2: The arch of muqarnas façade

Madame Dieulafoy’s image reveals that the original muqarnas has had equal rows. Then, according to the Lovzadeh’s view, the number of rows can be obtained, as shown in (fig. 3).

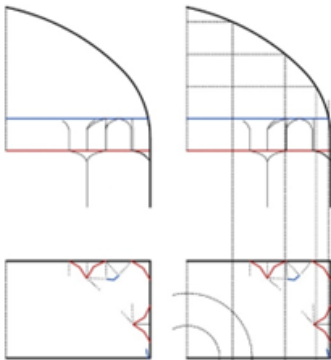


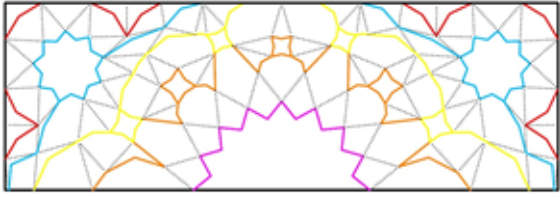
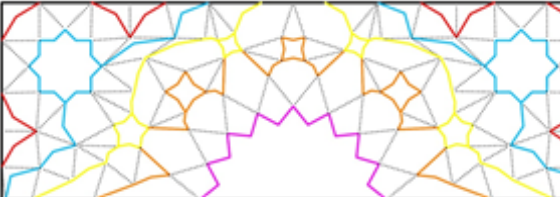
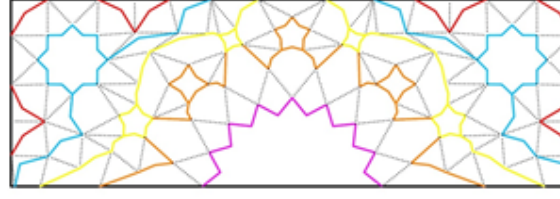
fig. 3: the number of rows

Then we investigated how the remaining pieces of the muqarnas plan are compatible with which type of plans.

Conclusion

This research revealed that the original form of the muqarnas of Saveh mosque did not have 8 rows. In fact, it was built with 5 rows. Based on to typology and other properties, 4 plans have been proposed, as can be seen in (tab. 2).

Tab. 2: proposed plans for the brick mugarnas of Jameh mosque of Saveh

The horizontal flat element in the second row: 9-pointed star	The horizontal flat element in the second row: 8-pointed star
	
	



واکاوی روابط هندسی پلان مقرنس‌های آجری دارای تخت در مساجد تاریخی مناطق مرکزی ایران به منظور بازیابی بخش‌های مفقود مقرنس مسجد جامع ساوه

الهام رضایی^۱، شهریار ناسخیان^{۲*}، نیما ولی‌بیگ^۳

۱. پژوهشگر دکتری مرمت بنا و بافت‌های تاریخی، دانشکده حفاظت و مرمت، دانشگاه هنر اصفهان، اصفهان، ایران
۲. دانشیار گروه مرمت بنا و بافت‌های تاریخی، دانشکده حفاظت و مرمت، دانشگاه هنر اصفهان، اصفهان، ایران
۳. دانشیار گروه مرمت بنا و بافت‌های تاریخی، دانشکده حفاظت و مرمت، دانشگاه هنر اصفهان، اصفهان، ایران

پذیرش: ۱۴۰۳/۷/۹

دریافت: ۱۴۰۳/۳/۱۰

چکیده

مقرنس ایوان جنوبی مسجد جامع ساوه، در اوایل دهه ۷۰ شمسی، با ۸ قطار بازسازی شد. چند قطار باقی‌مانده از این مقرنس در تصاویر تاریخی، حاکی از آن است که قطارهای بازسازی شده، با ارتفاعی متفاوت از گذشته اجرا شده‌اند. با توجه به این که هیچ سند تاریخی از چگونگی فرم اولیه این مقرنس وجود ندارد و با در نظر گرفتن این که تاکنون پژوهشی به این مقرنس پرداخته‌است، شناسایی تعداد قطار و فرم اولیه آن ضرورت دارد. پژوهش‌هایی که تاکنون به بازیابی بخش‌های مفقود مقرنس پرداخته‌اند، تنها، مقرنس‌های متناسب به دوره سلجوقی، ایلخانی را که فاقد عنصر تخت هستند، مورد بررسی قرار داده‌اند. هدف اصلی این پژوهش، آن است که به فرم اولیه پلان مقرنس نیمکار ایوان جنوبی مسجد جامع ساوه نزدیک شود و تأثیر هم‌نشینی عناصر پلان در مقرنس‌های نمونه را بر بازیابی بخش‌های مفقود مقرنس نیمکار ایوان جنوبی مسجد جامع ساوه ارزیابی کند. داده‌اندوزی در بخشی از پژوهش با مطالعات کتابخانه‌ای و برداشت پلان‌ها به صورت میدانی از طریق فتوگرامتری برد کوتاه انجام می‌شود. روش تحلیل در پژوهش پیش‌رو، کمی است و تحلیل داده با بهره‌گیری از هندسه عملی نظری و هندسه مسطحه صورت می‌گیرد. با توجه به ارتفاع دو قطار باقی‌مانده و نوع قوس نیم‌کار، مقرنس مذکور، ۵ قطار تشخیص داده شد. گونه‌شناسی عناصر پرکننده پلان مقرنس‌های نمونه در قطار ماقبل آخر، هم‌نشینی‌های تکرار عناصر پلان‌ها و حدودی که مقرنس کاران برای اضلاع منحنی عناصر به کار می‌برند، به حصول چهار پلان برای این مقرنس منتهی شد. این تشخیص براساس مقرنس‌های نمونه صورت گرفت که در نهایت، روشی را برای بررسی‌های وسیع‌تر پیشنهاد می‌کند.

واژگان کلیدی

مقرنس آجری دارای تخت، بازیابی بخش مفقود، روابط هندسی، پلان مقرنس، مسجد جامع ساوه.

* - نویسنده مسئول مکاتبات: s.nasckhian@aui.ac.ir



©2024 by the Authors. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0 license)
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0>

۱. مقدمه

مقرنس یکی از ویژگی‌های بارز معماری اسلامی است که در اکثر نقاط جهان اسلام مورد استفاده قرار می‌گیرد (Peterson, 1996). مقرنس شامل ردیف‌هایی افقی است که از عناصر مقرنس تشکیل شده، عناصر مذکور، ردیف پایینی را به بالایی می‌رسانند و فضاهایی پر و خالی ایجاد می‌کنند تا یک قطار پدید آید. مجموع چند قطار، مقرنس را تشکیل می‌دهد. این فرم تزییناتی، علاوه بر آن که در مناطق جغرافی مختلف دیده می‌شود، تنوع شکلی، فرمی و اجرایی مختلف دارد و دسته‌بندی‌های گوناگونی برای آن ارائه شده است. یکی از دسته‌بندی‌ها، تفکیک آن به دو دسته با عنصر تخت و بدون تخت و دسته‌بندی دیگر، تقسیم‌بندی آن بر اساس مصالح است.

مقرنس تخریب شده نیم‌کار ایوان جنوبی مسجد جامع ساوه که مقرنسی آجری و دارای تخت است، در سال ۱۳۷۲ شمسی (Nikpoor, 2009) با ۸ قطار بازسازی شده است. در قدیمی‌ترین تصاویر موجود از این مقرنس، (تصویر مادام دیولافوآ مربوط به دوره قاجار)، قطار اول این مقرنس کاملاً پابرجا است. بخش عمده قطار دو، قسمتی از قطار ۳ و قطعه کوچکی از قطار ۴ نیز به چشم می‌آیند. با مقایسه قسمت بازسازی شده این مقرنس و بخش‌های برجا مانده، عیان است که قطارهای جدید، با ارتفاعی متفاوت از گذشته اجرا شده و نحوه بازسازی، به طریقی متفاوت با فرم اولیه بوده است. با توجه به این که هیچ سند و تصویر تاریخی از فرم اولیه این مقرنس وجود ندارد و قدیمی‌ترین تصاویر موجود، مربوط به دوره قاجار است که فرم تخریب شده را نشان می‌دهد، و با در نظر گرفتن این که تاکنون پژوهشی به چگونگی فرم اولیه آن نپرداخته است، گام برداشتن برای شناخت و یافتن فرم اولیه مقرنس مذکور، ضرورت دارد.

بازیابی بخش‌های مفقود مقرنس ایوان جنوبی مسجد جامع ساوه با بهره‌گیری از روابط هندسی پلان مقرنس‌های آجری دارای تخت در مساجد مناطق مرکزی ایران، صورت گرفته است. این امر، علاوه بر شناسایی برخی ویژگی‌های هندسه دوبعدی در پلان مقرنس‌های نمونه‌ای پژوهش و برخی راهکارهای ترسیمی در هندسه عملی، به نحوه بازسازی متفاوت با فرم اصیل این مقرنس، تأکید می‌کند و با تشخیص

تعداد قطارها، در صدد نزدیک شدن به فرم اولیه آن است. از آنجایی که قسمت‌های از دست رفته این مقرنس، با استفاده از تبدیلات هندسی ایزومتري موجود در پلان، قابل بازیابی نیستند، برای درک چگونگی عناصر اصیل پلان و بازیابی آن‌ها، انجام پژوهش‌های گسترده ضرورت دارد. در پژوهش پیش‌رو، علاوه بر شناسایی تعداد قطارهای اصیل این مقرنس، با بهره‌گیری از روابط هندسی عناصر پلان مقرنس‌های آجری دارای تخت در مساجد تاریخی مناطق مرکزی ایران، پیشنهادهایی برای بازیابی بخش‌های از دست رفته مقرنس مذکور ارائه شده است.

این پژوهش، در صدد پاسخ به پرسش‌های زیر است: به چه طریق هندسه عملی می‌تواند برای بازیابی بخش‌های مفقود مقرنس نیم‌کار ایوان جنوبی مسجد جامع ساوه مؤثر باشد؟ چگونه می‌توان از هم‌نشینی عناصر پلان در مقرنس‌های آجری دارای تخت مساجد تاریخی در مناطق مرکزی ایران، برای بازیابی بخش‌های مفقود مقرنس نیم‌کار ایوان جنوبی مسجد جامع ساوه بهره گرفت؟

هدف اصلی پژوهش، آن است که نشان دهد بازسازی مقرنس ایوان جنوبی مسجد جامع ساوه، متفاوت از فرم اولیه آن بوده است. همچنین این پژوهش در پی ارائه راهکارهایی جهت نزدیک شدن به فرم اصیل و اولیه مقرنس است. به علاوه، در صدد آن است تا از هم‌نشینی عناصر پلان در مقرنس‌های آجری دارای تخت مساجد تاریخی در مناطق مرکزی ایران، برای بازیابی بخش‌های مفقود مقرنس نیم‌کار ایوان جنوبی مسجد جامع ساوه بهره بگیرد. از دیگر اهداف پژوهش، توجه به هندسه عملی، در بازیابی بخش‌های مفقود مقرنس نیم‌کار ایوان جنوبی مسجد جامع ساوه است. با توجه به موارد ذکر شده، مکتوب مذکور نه تنها به شناسایی بیشتر مقرنس‌های آجری دارای تخت و ارزش‌های هندسی آن‌ها به عنوان زیرمجموعه‌ای از تزیینات معماری می‌پردازد، بلکه به معرفی نقش هندسه عملی و چگونگی ظهور آن در پلان این مقرنس‌ها نیز منجر خواهد شد.

فرضیه اصلی پژوهش، آن است که استفاده از هم‌نشینی عناصر پلان در مقرنس‌های آجری دارای تخت در مساجد تاریخی مناطق مرکزی ایران، می‌تواند به شکل معنادار برای بازیابی بخش‌های مفقود مقرنس نیم‌کار ایوان جنوبی مسجد

جامع ساوه مؤثر باشد.

۲. مبانی نظری

هندسه پلان مقرنس با رویکردهای مختلف مورد توجه قرار گرفته است. حسین لرزاده به مقرنس‌های دارای عنصر تخت پرداخته است. وی معتقد است که طاس، ترنج، شاپرک، تخت، تی و مدنی اجزای اصلی تشکیل‌دهنده مقرنس هستند. به نظر او، ترکیب این عناصر بر اساس هم‌نشینی طاس، تخت و مدنی به عنوان عناصر اصلی و استفاده از ترنج و شاپرک به عنوان عناصر واسطه، منجر به شکل‌گیری مقرنس می‌شود (Lorzadeh, 1980)، (جدول ۱). لرزاده، طرح مقرنس را متناسب با زمینه درنظر می‌گیرد که در زمینه قناس نیز مقرنس با زمینه تطابق دارد (Karbası & Mofid, 2020). وی، مقرنس را به سه نوع آجری، گچی و کاشی طبقه‌بندی و تأکید می‌کند که در مقرنس، به خصوص مقرنس نیم‌کار، باید نمای مقرنس با قوس نیم‌کار منطبق و کاملاً با لبه آن مماس باشد. این امر در عمل، با انتقال خطوط پلان روی نما و تنظیم با شروع قطار انجام می‌شود (Reiszade & Mofid, 2014). به علاوه، لرزاده، برخی هم‌نشینی‌های عناصر مقرنس را بررسی و هم‌نشینی‌های پرتکراری را برای عموم قطارهای مقرنس ذکر می‌کند (Lorzadeh, 1980)، (جدول ۲). دسته‌بندی مقرنس به دو دسته با تخت و بدون تخت، از نظرات اصغر شرباف است. وی عناصر به کار گرفته شده در مقرنس را شامل تخت، پاباریک و شاپرک می‌داند. تخت‌ها به صورت افقی در مقرنس قرار گرفته‌اند، پاباریک‌ها از یک نقطه شروع و به کناره تخت‌ها متصل می‌شوند. شاپرک‌ها نیز از نقاط مختلف رأس تخت‌ها شروع می‌شوند و انتهای آن‌ها بر خط افقی قطار قرار می‌گیرد همچنین، طاس‌ها به عنوان عنصری دیگر در مقرنس هستند که اضلاع افقی آن‌ها، با اضلاع تخت یا انتهای شاپرک‌ها اشتراک دارد (Sharbaf, 2006) (جدول ۱). لرزاده و شرباف، هر دو به تقسیمات مساوی زاویه شمشه و ترنج پیرامون شمشه، به علاوه، قرارگیری تخت‌ها (اغلب) روی محور زاویه شمشه (به طوری که محور تقارن تخت باشد)، تکیه دارند. پلان مقرنس از نگاه گورلکی و آلاسام نیز مورد توجه قرار گرفته است. این نظریه‌پردازان، اعتقاد دارند که رویکرد

نوظهور طراحی دیجیتال و تفکر محاسباتی، می‌تواند به کشف پتانسیل‌های دیده نشده مقرنس کمک کند. بنا بر همین ایده، آن‌ها یک مدل محاسباتی جدید معرفی می‌کنند که می‌تواند به عنوان یک روش اندازه‌گیری عمومی برای محاسبه انتروپی پلان مقرنس در نظر گرفته شود. پژوهشگران مذکور، از رابطه انتروپی شانون برای محاسبه انتروپی پلان مقرنس استفاده و بیان می‌کنند که این مدل محاسباتی می‌تواند به عنوان یک ابزار ارزیابی جدید برای کارشناسان در زمینه تاریخ معماری مورد استفاده قرار گیرد (Güzcelci et al., 2021).

نظریه‌پردازان در زمینه بازسازی مقرنس، رویکردهای مختلفی داشته‌اند. سیلویا هارمسون به مقرنس‌های غیرآویخته و منتسب به دوره سلجوقی و ایلخانی می‌پردازد و بازسازی این نوع مقرنس‌ها را در صورت تخریب و با فرض موجود بودن پلان، مورد توجه قرار می‌دهد. از آنجایی که از روی پلان این دسته از مقرنس‌ها، می‌توان تفسیرهای سب‌بعدی متفاوتی ارائه داد، نویسنده برای نشان دادن اطلاعات کامل سب‌بعدی مقرنس، از نظریه گراف استفاده کرده است. این کار با ساخت یک زیرگراف جهت‌دار از ساختار مقرنس انجام و سپس جستجوی تمام زیرگراف‌های جهت‌دار متناظر با پلان مقرنس که برای آن‌ها می‌توان به یک نمایش سب‌بعدی رسید، مدنظر قرار گرفته و در نهایت با توجه به زمینه کار و دوره تاریخی، سب‌بعدی نهایی انتخاب شده است (Harmsen, 2006). یغان، با نگاهی تکاملی و نوآورانه، مقرنس‌های غرب جهان اسلام را که در پلان مربع و لوزی شکل گرفته‌اند، بررسی کرده است. وی بازیابی لب قطار پلان مقرنس لوح گچی هارب و بازسازی آن را نیز مدنظر قرار داده است. یغان، با طبقه‌بندی مقرنس به سه دسته مقرنس با پایه نقطه، مقرنس با پایه خط و مقرنس با پایه مرکب و با در نظر گرفتن بستر تاریخی دوره ایلخانی و چگونگی مقرنس‌های آن دوره با توجه به دسته‌بندی سه‌گانه خویش و تفسیرهای معمول از هم‌نشینی‌های ترکیبی عناصر پلان، لب قطار این مقرنس را بازیابی و فرم کلی مقرنس را بازسازی کرده است (Yaghan, 2002). پژوهشگر دیگری، اگرچه به طور مستقیم، بازیابی بخش‌های تخریب‌شده مقرنس‌ها را مورد توجه قرار نداده است، اما با تمرکز بر مستندنگاری مقرنس‌های اسپانیا، با استفاده از اسکنر لیزری و مقایسه داده‌های حاصل با ترسیم‌های برجامانده از قرن ۱۴ میلادی،

۳. پیشینه پژوهش

مرور پیشینه پژوهش، در چند بخش مجزا انجام شده است. در بخش اول، مکتوباتی که به هندسه پلان مقرنس و همشینی عناصر آن پرداخته‌اند، بررسی شده‌اند. در بخش دوم، منابعی که در آن‌ها تفکیک هندسه عملی و نظری در معماری از اهم مطالب بوده، مورد توجه و بررسی قرار گرفته‌اند. در بخش سوم، نیز پژوهش‌هایی که در مورد مقرنس ایوان جنوبی مسجد جامع ساوه و مراجعی که بازیابی بخش‌های مفقود مقرنس در آن‌ها مدنظر بوده است، مورد توجه قرار گرفته‌اند. در بررسی منابع مرتبط با هندسه پلان مقرنس، پژوهشی علاوه بر ارائه تعدادی پلان مقرنس و معرفی عناصر مقرنس در کنار دیگر عناصر، به تحلیل برخی ترکیب‌های حجمی پرتکرار در مقرنس‌های دارای عنصر تخت پرداخته‌است (Lorzadeh, 1980). اگرچه این ترکیب‌های حجمی، به شناخت همشینی‌های معمول در پلان مقرنس کمک می‌کند اما این پژوهش به تناسبات عناصر تشکیل‌دهنده پلان و جزییات هندسی اشاره‌ای نکرده است. رئیس‌زاده و همکارش،

با رویکردی غیرمستقیم اشاره‌ای به بازیابی بخش‌های مفقود مقرنس در صورت تخریب داشته‌است (Gámiz-Gordo et al., 2020). با توجه به تفاوت‌های هندسی پلان و روش ترسیم مقرنس‌های دارای تخت و بدون تخت و تمرکز بیشتر پژوهشگران غربی بر مقرنس‌های بدون تخت، آراء حسین لرزاده و اصغر شعریف در خصوص هندسه ترسیمی پلان مقرنس، به عنوان دو پژوهشگر برجسته در زمینه مقرنس‌های دارای تخت، از میانی پژوهش مذکور محسوب می‌شود. در این پژوهش، برای بازیابی پلان مقرنس نیز، دیدگاه جلال یغان مورد توجه قرار می‌گیرد. وی، بازیابی کامل پلان و رمزگشایی آن (لوح گچی تخت سلیمان) را با توجه به ویژگی‌های پرتکرار و اشکال غالب مد نظر قرار داده است. همچنین، مقرنس با پایه مرکب و دارای ارتفاع یکسان، پرتکرارترین نوع مقرنس در جامعه آماری مدنظر وی بوده‌است و تعبیر او از چهار لوزی هم‌جوار هم، نیز با توجه به نمونه‌های پرتکرار رمزگشایی شده است.

جدول ۱: نام عناصر مقرنس از دید لرزاده، شعریف و پژوهش حاضر

									شکل عنصر مقرنس
تخت / بیش از عپر باشد، شمشه	سوسن	مدنی	ترنج	نیزه	شاپرک / پرک	طاس / طاسه	ترنج	شمسه	نام از لرزاده
تخت چند لنگه	سرسفت	تنوره	پاپاریک	شاپرک	شاپرک	طاس	ترنج	شمسه	نام از شعریف
تخت	سرسفت	مدنی	پاپاریک	پرک	شاپرک	طاس	ترنج	شمسه	نام در پژوهش

جدول ۲: برخی همشینی‌های پرتکرار عناصر در مقرنس‌ها (Lorzadeh, 1980).

							چیش پرتکرار (تصویر)
جمع تخت ۸ پر و ۴ طاس‌هایی در بین	جمع تخت ۸ پر و ۴ طاس در بالای آن که بین هر دو طاس، یک پرک قرار می‌گیرد.	اتصال پرک با دو طاس در طرفین و بالای تخت	اتصال طاس با دو ترنج در طرفین	اتصال پرک با دو ترنج در طرفین	اتصال طاس با ترنج و پرک در طرفین	اتصال طاس با دو پرک در طرفین	عناصر با دیدگاه لرزاده

مطالعاتی این مقاله هستند. نتیجه این پژوهش چنین است که تلفیق طرح شبکه تار عنکبوتی و شبکه مربعی سبب شده است تا طول ضلع ستاره‌ها نابرابر به نظر برسند (Agribas et al., 2022). در پژوهش دیگری، از زاویه ارزیابی میزان انتروپی، و با توجه به هم‌نشینی‌های عناصر پلان، مقرنس‌های طراحی شده سینان مورد بررسی قرار گرفته و پژوهشگران، بیان کرده‌اند که این محاسبات می‌تواند به عنوان یک ابزار ارزیابی جدید برای کارشناسان در زمینه تاریخ معماری، مثلاً در زمینه سبک‌شناسی، مورد استفاده قرار گیرد (Güzcelci et al., 2021). گرچه در دو پژوهش اخیر، به بررسی هندسه پلان و چگونگی چیدمان عناصر پلان در مقرنس پرداخته شده است، اما تمرکز پژوهشگران آن، تنها بر روی نمونه‌های محدودی مقرنس با عناصر مربع و لوزی بوده و مقرنس‌های دارای تخت و عناصر متنوع، از دایره پژوهش آن‌ها خارج بوده است.

هندسه نظری و عملی در پژوهش‌هایی مرتبط با کاربردی مورد توجه بوده است. ضرورت تبیین تعریف کاربردی و معیار تشخیص کاربردی با توجه به هندسه عملی و نظری در پژوهشی مدنظر قرار گرفته است. در این مقاله، منحنی‌های متقاطع فضایی کاربردی، ذیل هندسه نظری و باریکه طاق‌های ضخامت‌دار کاربردی، در ساحت هندسه عملی قرار داده شده‌اند (Racisi et al., 2013). گونه‌شناسی کاربردی با توجه به آموزه استادکاران سنتی از دیدگاه هندسه نظری و عملی در پژوهشی دیگر بررسی شده است. مکتوب مذکور، هندسه نظری را الزاماً بر روی کاغذ تعریف کرده و هندسه عملی را به عرصه واقعیت رساندن آن‌چه بر کاغذ است، دانسته است (Ainechi & Valibeig, 2021). پژوهشگری دیگر، نیز به پایه‌گذاری روش‌شناسی علمی در دانش عملی و نظری ریاضیات در معماری توسط غیاث‌الدین جمشید کاشانی اشاره دارد و تأکید می‌کند که وی به حوزه‌ای میانی معتقد بوده که این دو ساحت نظری و عملی را به هم متصل می‌کرده است. این مقاله، دسته‌بندی دانش عملی به دو دسته عملی محض و عملی نظری را به کاشانی نسبت داده و هندسه عملی نظری را پیوند دهنده هندسه نظری به عملی محض می‌داند (Taheri, 2009). پژوهشی هندسه به کار رفته در پلان مدرسه غیاثیه خرگرد را با بهره‌گیری از هندسه عملی بوزجانی مورد بررسی

در پژوهشی دیگر، نقشه‌هایی از انواع مقرنس را با مشخص کردن لب قطارها معرفی می‌کنند (Reiszade & Mofid, 2014). اگرچه در این پژوهش نیز مقرنس دارای عنصر تخت مورد توجه قرار گرفته، اما راهکار طراحی و چگونگی رسیدن به هندسه پلان مقرنس در آن، در اولویت نبوده است. شعرباف نیز در پژوهشی دیگر، ضمن معرفی عناصر مقرنس، نحوه ترسیم آن بر صفحه را با ذکر سه نمونه، یک مقرنس سه پا و یک مقرنس پنج پا و یک مقرنس هفت پا، ارائه می‌کند (Sharbaf, 2006). در این کتاب که مقرنس‌های سه پا، پنج پا و هفت پا (با تعریف قطار یا پا از منظر ارزاده)، با عنوان دو پا، چهار پا و شش پا نام‌گذاری شده‌اند، اشاره‌ای به تناسبات عناصر پلان و یا جزئیات ترسیم نشده است. ترسیم و هندسه پلان مقرنس، در مکتوب دیگری نیز مورد توجه قرار گرفته است. در این پژوهش، نحوه ترسیم یک مقرنس در زمینه‌های دایره، مستطیل، بیضی و چندضلعی بیان می‌شود (Piran, 2018). کتاب مذکور، برای کمان‌های به کارگرفته شده، اندازه‌های مشخص و دقیقی به عنوان شعاع ارائه داده است که مشخص نیست بر چه مبنایی به دست آمده است. پژوهشی دیگری، نقشه‌های مقرنس موجود در طومار توپقاپی را عرضه کرده و شبکه‌های زیرنقش آن‌ها را مورد بررسی قرار داده است (Najib Oghlu, 2000). در تحلیل این نقشه‌ها، گام مهم در درک پلان مقرنس، یعنی مشخص کردن لب قطار، مغفول بوده است. در ادامه پژوهش‌هایی که به روابط هندسی عناصر مقرنس و یا هندسه دوبعدی مقرنس می‌پردازند، در مقاله‌ای، مقدار پیچیدگی در پلان مقرنس ارزیابی شده است. ایده نویسنده، در مقرنس بنای موزه تکیه مولانا مورد بررسی قرار گرفته که یک مقرنس پایه هشت ضلعی با عناصر مربع و لوزی است (Güzcelci & Alaçam, 2019). پژوهشگرانی نیز به ریشه وجود چندضلعی‌های ستاره‌ای نامنتظم در پلان مقرنس دروازه اصلی مسجد عتیق ولیده پرداخته‌اند و نتیجه گرفته‌اند که از شبکه‌های بیضوی برای شکل‌دهی به پلان این مقرنس استفاده شده است (Agribas & Yildiz, 2021). پژوهشی دیگر، به ارتباط متقابل بین سیستم‌های شبکه‌ای و چندضلعی‌های ستاره‌ای در پلان مقرنس پرداخته است، دروازه‌های اصلی مربوط به دوره سلیمان قانونی در استانبول با طراحی معمار سینان از نمونه‌های

قرار داده است (Nejad Ebrahimi & Tooranpoor, 2021). علی‌رغم اطلاق "هندسه عملی نظری" به هندسه بوزجانی از سوی برخی پژوهشگران (Taheri, 2009)، این پژوهش، چنین تفکیکی را قائل نبوده است.

بازیابی یا بازسازی بخش‌های مفقود مقرنس در منابع محدودی مورد توجه قرار گرفته است. دسته‌ای از این پژوهش‌ها، بازسازی مقرنس‌های تخریب شده یا از میان رفته را در صورت موجود نبودن بخش‌هایی از پلان، مورد بررسی قرار داده‌اند. بازیابی لب قطار مقرنس لوح گچی یافت شده در تخت سلیمان و خوانش فرم سه‌بعدی آن، در چند مقاله، هدف پژوهش بوده است. پژوهشی رمزگشایی فرم سه‌بعدی هارب از این لوح گچی را که مقرنس با پایه نقطه‌ای است، با ارائه دلایل رد و مقرنس با پایه مرکب و با ارتفاع ثابت را پیشنهاد می‌کند. نویسنده نشان می‌دهد که بازسازی هارب نه تنها با بستر تاریخی و نمونه‌های مقرنس هم زمان خود سازگاری ندارد، بلکه با منطق ترکیبی پلان نیز همخوان نیست (Yaghan, 2002). درباره بازیابی لب قطار این لوح گچی و بازسازی فرمی آن، نویسندگان دیگری نیز طرح متفاوتی را عرضه کرده‌اند. این نویسندگان علاوه بر رد طرح هارب، طرح یغان را هم نپذیرفته و ادعا کرده‌اند که یغان، برخی از عناصر پلان را به درستی به نمایش در نیاورده، به علاوه از عناصری استفاده کرده‌است که در مقرنس‌های بناهای آن دوره به کار نمی‌رفته‌اند. بر مبنای ادعای این پژوهش، فرم ارائه شده، هم با زمینه تاریخی از نظر استفاده از عناصر مقرنس مطابق و هم با توصیف غیاث‌الدین جمشید کاشانی از مقرنس سازگار است (Dold-Samplonius & Harmsen, 2005). از آنجایی که پلان مقرنس لوح گچی تخت سلیمان، متشکل از مربع و لوزی است، دو پژوهش نام‌برده، صرفاً به نوع خاصی از مقرنس پرداخته‌اند که متفاوت از مقرنس مورد بررسی در پژوهش پیش رو است. در ادامه معرفی پژوهش‌های مرتبط با این دسته از مطالعات، می‌توان به بازیابی یک مقرنس فروریخته در صومعه آستوآسانکال ارمنستان اشاره کرد. این مقرنس، زمینه مربعی بخشی از صومعه را می‌پوشانده است. ترسیمی حک شده روی سنگ در نمای جنوبی این صومعه که پلانی از مقرنس با ۵ قطار بود، در بازیابی این مقرنس تخریب‌شده مورد استفاده قرار گرفت و دو قطار دیگر آن نیز براساس

۵ قطار مذکور، حدس زده شد (Ghazarian & Ousterhout, 2001). در پژوهش دیگری، چگونگی بازیابی و بازسازی مقرنس تخریب شده بنای ملک زوزن مورد تحلیل قرار می‌گیرد. برای دستیابی به طرح ردیف‌های ریخته مقرنس، چند نمونه هم‌عصر با طرح مشابه بررسی می‌شوند و الگوی هندسی آن‌ها تحلیل می‌شود. در نهایت، با استفاده از روش مدل‌سازی و با بهره‌گیری از ابزار تطبیق عکس و همچنین با مقایسه نظام طرح مقرنس زوزن با طرح نمونه‌های مشابه، دو پیشنهاد برای بازسازی ردیف‌های تخریب شده مقرنس عرضه می‌شود. (Nikeghbal, 2020) در دو پژوهش مذکور نیز مقرنس‌های دارای عناصر مربع و لوزی یا مقرنس‌های منتسب به دوره سلجوقی و ایلخانی مورد توجه قرار گرفته‌اند. پژوهشی اختصاصی در مورد مقرنس آجری ایوان جنوبی مسجد جامع ساوه انجام نشده است. تنها منبعی که به این مقرنس اشاره می‌کند، آن را به آثار دوره صفوی نسبت می‌دهد و بازسازی آن را مربوط به سال‌های اخیر می‌داند (Farahani, 2000, p. 28). دیگر پژوهش‌ها به دوره‌های تاریخی کالبدی یا تحولات زمانی در این مسجد توجه داشته‌اند (Moazen, 2017) و ایوان جنوبی را متعلق به دوره سلجوقی معرفی کرده‌اند که ساخت آن در دوره ایلخانی هم ادامه داشته است (Afshar & Javadi, 2023). با مطالعات صورت گرفته و بررسی منابع آشکار شد که علی‌رغم پژوهش‌های انجام شده مرتبط با پلان مقرنس، تاکنون پژوهشی به جزییات هندسی پلان مقرنس‌های دارای تخت، از منظر هندسه نظری و یا هندسه عملی توجه نداشته‌است. همچنین، بازیابی بخش‌های از بین رفته مقرنس دارای عنصر تخت که در پلان، عناصر متنوع‌تری دارند، مدنظر پژوهشگری نبوده‌است. به علاوه، تا به امروز هیچ منبع مکتوبی، طرحی احتمالی از مقرنس آجری اولیه ایوان جنوبی مسجد جامع ساوه، ارائه نداده‌است.

۴. روش تحقیق

روش گردآوری داده‌ها از طریق تکنیک فتوگرامتری برد کوتاه انجام شده است. این فرایند شامل اخذ عکس‌های بدون زوم از تمام قسمت‌های مقرنس از حداقل دو زاویه مختلف و وارد کردن عکس‌ها در نرم‌افزار ای‌جی‌آی‌سافت متاشیپ (Agisoft Metashape) بوده‌است. سپس با ایجاد مدل سه‌بعدی ابرنقطه

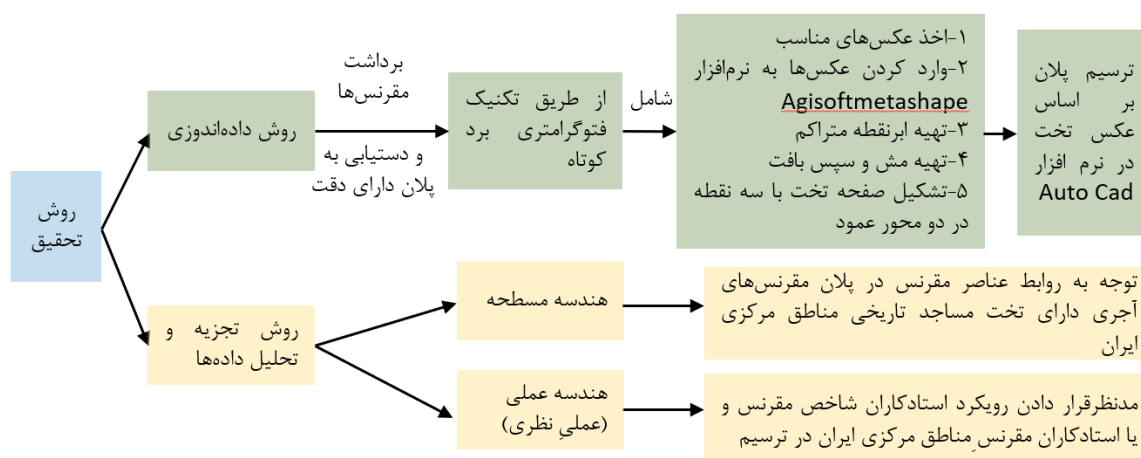
است. در ادامه، تحلیل پلان مقرنس‌های جامعه آماری و استخراج ویژگی‌های آن‌ها، اعم از نوع شمشه‌ها، شناسایی شمشه‌های پرتکرار، برخی تناسبات پلان و... صورت گرفته است. سپس، گونه‌شناسی از مقرنس‌های مذکور انجام شده است، در نهایت تعلق پلان به گونه‌های مختلف و پرتکرار، آزمون و گزینه‌های احتمالی برای پلان حاصل شده است. تحلیل‌ها اعم از شناسایی ویژگی‌ها و بازایی بخش‌های مفقود با استفاده از هندسه مسطحه و هندسه عملی نظری انجام پذیرفته‌اند (شکل ۱).

۵. جامعه آماری

جامعه آماری پژوهش، مقرنس‌های تاریخی مساجد مرکزی ایران است. مقصود از مساجد تاریخی، مساجد ثبت شده در آخرین فهرست بناهای ثبت‌شده ملی، مقرنس آجری، مقرنسی که بیشترین مصالح در پلان و نمای آن آجر باشد و مراد از مناطق مرکزی، بخشی از جغرافیای ایران است که از یک سو با کویرهای بزرگ میانی و از سوی دیگر با رشته‌کوه‌های البرز و زاگرس محصور شده است (Hafeznia, 2003, p. 148). با تطبیق این تعریف روی نقشه، استان‌هایی که تمام یا بیش از نیمی از مساحتشان در این محدوده قرار می‌گرفت، مصداق این تعریف شمرده شد، یعنی استان‌های تهران، البرز، قزوین، یزد، سمنان، اصفهان،

و ایجاد صفحه با سه نقطه، عکس تخت از پلان مقرنس استخراج شده است. روش تحلیل داده‌ها با بهره‌گیری از اصول هندسه مسطحه (بررسی هم‌نشینی‌های پرتکرار بین عناصر در پلان، برخی تناسبات هندسی بین عناصر پلان، ترسیم دوائر محیطی و چندضلعی‌های محاطی برای رسم تخت‌ها و...) و هندسه عملی نظری (آرای استادکاران در رسم پلان مقرنس) انجام شده است. هندسه عملی نظری، زیرمجموعه‌ای از هندسه عملی و پیوند دهنده هندسه نظری به هندسه عملی محض است. به طور خلاصه، هندسه عملی نظری، شامل ارائه راه‌حل‌های تقریبی برای برخی مسائل هندسه نظری است که می‌تواند کاربردی باشد (مثل تقسیم زاویه به سه قسمت با خط‌کش و پرگار که بوزجانی با تقریب بیان کرده و در هندسه نظری ممکن نیست)، یا انجام ترسیم‌های هندسی با ابزارهایی عملی است (Taheri, 2009). برای دستیابی به هندسه عملی نظری در حوزه مقرنس، گفت‌وگو با استادکاران شاخص مقرنس در حوزه ملی و یا استادکاران فعال مقرنس در مناطق مرکزی ایران مد نظر قرار گرفته است.

بازایی بخش‌های مفقود مقرنس ایوان جنوبی مسجد جامع ساوه، براساس مقرنس‌های آجری دارای تخت مساجد تاریخی مناطق مرکزی ایران انجام شده است. روند انجام پژوهش، با برداشت مقرنس‌های جامعه آماری از طریق تکنیک فتوگرامتری برد کوتاه و سپس ترسیم‌ها آغاز شده



شکل ۱: دیاگرام روش تحقیق

چهارمحال و بختیاری، قم و مرکزی.

مساجد این استان‌ها در آخرین فهرست بناهای ثبتی مشخص گردید، سپس از طریق مطالعه پرونده‌های ثبتی و جستجوهای کتابخانه‌ای و میدانی، مساجد دارای مقرنس آجری و تخت یافته شد. این مقرنس‌ها عبارتند از: مقرنس نیم‌کار مسجد لبنان اصفهان، مقرنس نیم‌کار مسجد جامع سروش‌بازان اصفهان، مقرنس نیم‌کار ورودی شرقی، محراب و سکنج مسجد حکیم اصفهان، مقرنس سکنج مسجد آقانور اصفهان، مقرنس نیم‌کار ورودی مسجد ساروتقی اصفهان، مقرنس نیم‌کار ورودی مسجد شعیای اصفهان، مقرنس نیم‌کار ایوان شرقی مسجد جامع اصفهان، مقرنس نیم‌کار محراب و ورودی مسجد ایلچی اصفهان، مقرنس نیم‌کار ورودی مسجد شیشه اصفهان، مقرنس نیم‌کار ایوان جنوبی مسجد جامع قم،

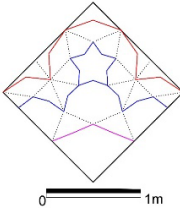
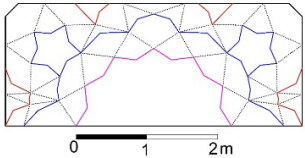
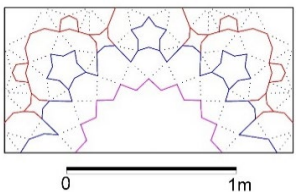
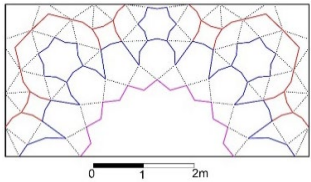
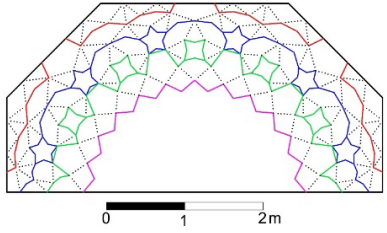
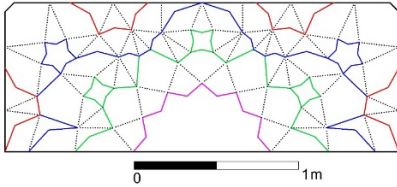
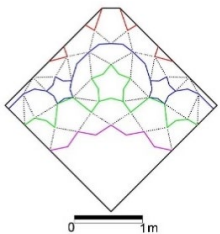
مقرنس سکنج و نیم‌کار ورودی مسجد امام حسین تهران، مقرنس سکنج مسجد حکیم‌باشی تهران.

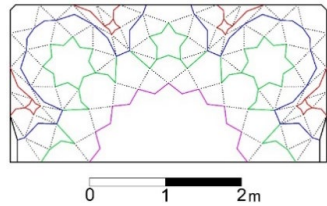
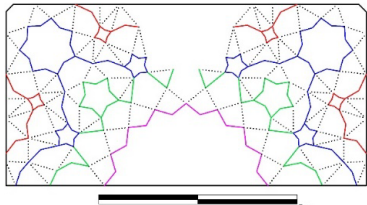
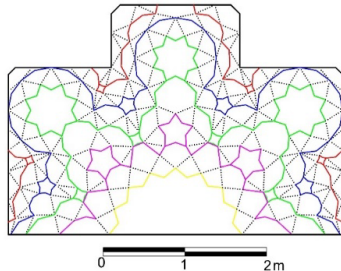
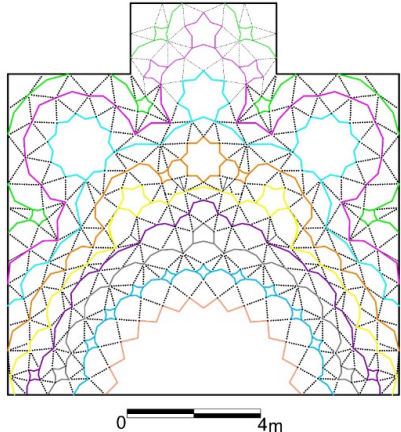
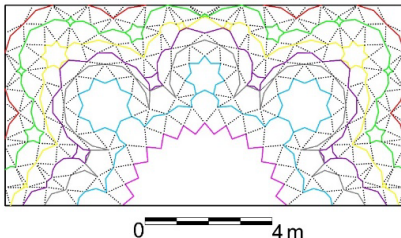
۶. یافته‌ها

برای بازیابی بخش‌های از بین رفته مقرنس مسجد جامع ساوه، علاوه بر هندسه نظری که از روابط هندسی عناصر پلان مقرنس‌های آجری دارای تخت در مساجد تاریخی مناطق مرکزی ایران حاصل شده‌است، از هندسه عملی نظری نیز که از مصاحبه با استادکاران مقرنس به دست آمده، بهره گرفته می‌شود. برخی از داده‌های مستخرج از پلان مقرنس‌ها در حوزه هندسه نظری در (جدول ۳) و داده‌های مؤثر از گفتگو با استادکاران مقرنس در حوزه هندسه عملی در (جدول ۴) گردآوری شده است.

جدول ۳: پلان برداشت شده مقرنس‌های آجری و دارای تخت مناطق مرکزی ایران و بررسی هندسی

نمونه مقرنس	پلان	نوع شمشه	زاویه رأس بالایی ترنج	دایره محیطی شمشه (شعاع=R)	ارتباط ارتفاع قطار و طول ضلع ترنج	عناصر پرکننده قطار ماقبل آخر در اتصال به ترنج
۱. سکنج مسجد حکیم‌باشی (۱ قطاره، زمینه مربع)		-	-	-	-	-
۲. نیم‌کار مربع سروش‌بازان (۲ قطاره)		-	-	-	طول ضلع پاباریک برابر $\frac{3}{5}$ ارتفاع قطار	-
۳. سکنج مسجد آقانور (سه قطاره، زمینه مربع)		شمشه ۸	-	$\frac{1}{2} < R < \frac{2}{3}$ عرض زمینه	-	-
۴. نیم‌کار مربع محراب ایلچی (سه قطاره)		شمشه ۸	۱۵۶ درجه	$\frac{1}{3} < R < \frac{1}{2}$ عرض زمینه	طول ضلع ترنج برابر $\frac{4}{5}$ ارتفاع قطار	یک عنصر (یک شاپرک)

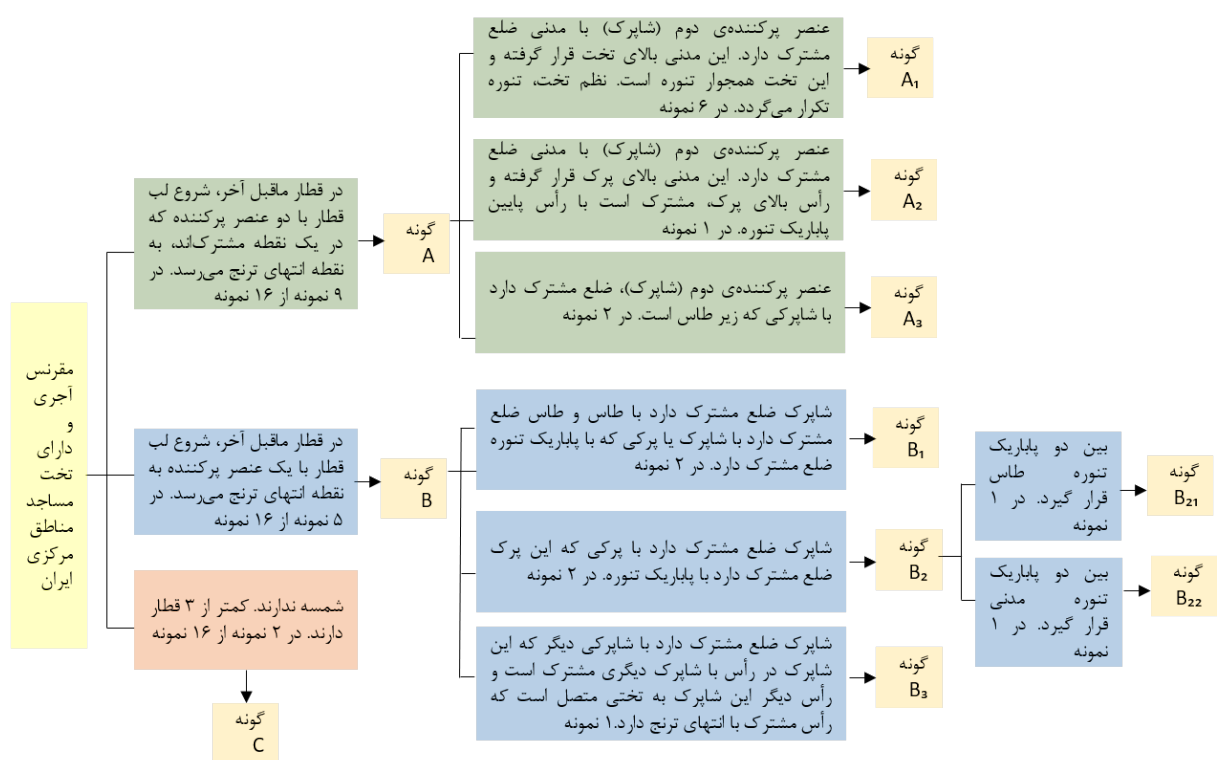
نمونه مقرنس	پلان	نوع شمسه	زاویه رأس بالایی ترنج	دایره محیطی شمسه (شعاع=R)	ارتباط ارتفاع قطار و طول ضلع ترنج	عناصر پرکننده ^۱ قطار ماقبل آخر در اتصال به ترنج
۵. سکنج امام حسین (سه قطاره، زمینه مربع)		شمسه ۸	۱۷۵ درجه	$\frac{2}{5} < R < \frac{1}{2}$ عرض زمینه	طول ضلع ترنج برابر نصف ارتفاع قطار	دو عنصر (یک نیمه شاپرک و یک شاپرک)
۶. نیم کار تنک ورودی ساروتقی (سه قطاره)		شمسه ۱۲	۱۴۱ درجه	$\frac{1}{2} < R < \frac{2}{3}$ عرض زمینه	طول ضلع ترنج برابر $\frac{3}{5}$ ارتفاع قطار	یک عنصر (یک شاپرک)
۷. نیم کار مربع مسجد لنجان (سه قطاره)		شمسه ۱۶	۱۱۷ درجه	$R = \frac{1}{2}$ عرض زمینه	طول ضلع ترنج برابر نصف ارتفاع قطار	دو عنصر (یک پرک، یک شاپرک)
۸. نیم کار مربع مسجد امام حسین (۳ قطاره)		شمسه ۱۶	۱۲۵ درجه	$R = \frac{1}{2}$ عرض زمینه	طول ضلع ترنج برابر $\frac{2}{5}$ ارتفاع قطار	دو عنصر (یک پرک، یک شاپرک)
۹. نیم کار ورودی حکیم (۴ قطاره، زمینه نیمه ۸ ضلعی غیرمنتظم)		شمسه ۲۴	۱۱۴ درجه	$\frac{1}{2} < R < \frac{2}{3}$ عرض زمینه	طول ضلع ترنج برابر $\frac{3}{5}$ ارتفاع قطار	دو عنصر (یک پرک، یک شاپرک)
۱۰. نیم کار تنک ورودی مسجد شیشه (۴ قطاره)		شمسه ۱۲	۱۲۹ درجه	$\frac{1}{3} < R < \frac{1}{2}$ عرض زمینه	طول ضلع ترنج برابر $\frac{4}{5}$ ارتفاع قطار	یک عنصر (یک شاپرک)
۱۱. سکنج مسجد حکیم (۴ قطاره، زمینه مربع)		شمسه ۱۶	۱۳۷ درجه	$\frac{1}{2} < R < \frac{2}{3}$ عرض زمینه	طول ضلع ترنج برابر نصف ارتفاع قطار	دو عنصر (یک پرک، یک شاپرک)

نمونه مقرنس	پلان	نوع شمشه	زاویه رأس بالایی ترنج	دایره محیطی شمشه (شعاع=R)	ارتباط ارتفاع قطار و طول ضلع ترنج	عناصر پرکننده ^۱ قطار ماقبل آخر در اتصال به ترنج
۱۲. نیم کار مربع محراب حکیم (۴ قطاره)		شمشه ۱۶	۱۲۶ درجه	$R = \frac{1}{2}$ عرض زمینه	طول ضلع ترنج، نصف ارتفاع قطار	دو عنصر (یک پرک، یک شاپرک)
۱۳. نیم کار مربع ورودی ایلچی (۴ قطاره)	 قسمتی از پلان به دلیل وجود قاب عکس، برداشت نشد.	شمشه ۱۶	۱۲۵ درجه	$\frac{1}{3} < R < \frac{1}{2}$ عرض زمینه	طول ضلع ترنج برابر $\frac{3}{5}$ ارتفاع قطار	دو عنصر (یک پرک، یک شاپرک)
۱۴. نیم کار شعبا (۵ قطاره، زمینه ترکیب دو مستطیل)		شمشه ۱۶	۱۲۴ درجه	$\frac{1}{3} < R < \frac{1}{2}$ (عرض مستطیل اول)	طول ضلع ترنج برابر نصف ارتفاع قطار	دو عنصر (یک پرک، یک شاپرک)
۱۵. نیم کار صفه شاگرد (۹ قطاره، زمینه ترکیب دو مستطیل)	 قطارهای رنگی کم رنگ (مستطیل بیرون زده پلان) امکان برداشت از طریق ابرنقطه نداشت و با توجه به تصاویر اخذ شده، رسم شد.	شمشه ۲۲	۱۰۷ درجه	$R = \frac{1}{4}$ طول زمینه (زمینه شبه نقل است)	طول ضلع ترنج برابر ارتفاع قطار	یک عنصر (یک شاپرک)
۱۶. نیم کار مربع مسجد جامع قم (۷ قطاره)		شمشه ۲۴	۹۶ درجه	$\frac{1}{3} < R < \frac{1}{2}$ عرض زمینه	طول ضلع ترنج برابر $\frac{2}{3}$ ارتفاع قطار	دو عنصر (دو شاپرک)

۶-۱. گونه‌شناسی مقرنس‌های آجری و دارای تخت مساجد تاریخی مناطق مرکزی ایران از نظر چیدمان عناصر پرکننده در قطار ماقبل آخر

مقرنس‌های آجری و دارای تخت مساجد تاریخی مناطق مرکزی ایران، تعداد قطارهای متفاوت دارند (جدول ۳). قطار آخر (که ترنج‌های شمس را دارد)، هندسی‌ترین قطار محسوب می‌شود؛ اما به دلیل آن که تنها از عنصر پرکننده ترنج تشکیل شده‌است، در گونه‌شناسی مقرنس‌ها نمی‌تواند آنچنان مؤثر

واقع شود. از طرف دیگر، قطار اول و بخش‌هایی از قطار دوم مقرنس آجری مسجد جامع ساوه برجا بوده‌است. از این رو قطار ماقبل آخر مبنای دسته‌بندی مقرنس‌های آجری دارای تخت مساجد تاریخی مناطق مرکزی ایران قرار می‌گیرد که متصل به هندسی‌ترین قطار است و در مقرنس مذکور نیز مفقود است. بر مبنای چیدمان عناصر پرکننده در قطار ماقبل آخر، گونه‌شناسی برای پلان‌های جامعه آماری انجام می‌شود (شکل ۲).



شکل ۲: دیاگرام گونه‌شناسی مقرنس‌های جامعه آماری

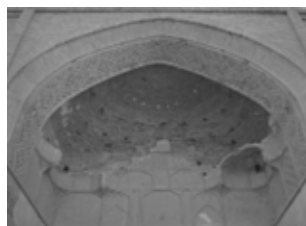
جدول ۴: الزامات هندسی ترسیم پلان مقرنس در عمل برخی استادکاران مقرنس^۲

استادکاران	الزامات هندسی ترسیم پلان مقرنس در عمل استادکاران
ماشالله باباییان (استادکار کاشانی) با ۵۵ سال تجربه کار	مساوی بودن زوایای شعاعی شمس و ترنجه‌ها، مساوی بودن ضلع بزرگ ترنجه‌ها و شاپرک‌ها و پلاریک‌ها (با اختلاف حدود ده درصد)، حداکثر تقارن در پلان، روی دایره قرارگرفتن رأس پایین پلاریک‌های دور تنوره.
رضا پنجه‌پور (استادکار اصفهانی/تهرانی)، با ۵۰ سال تجربه کار	مساوی بودن زوایای شعاعی شمس و ترنجه‌ها، مساوی بودن ضلع بزرگ ترنجه‌ها و شاپرک‌ها و پلاریک‌ها به طور کامل در مقرنس‌های کاشی معرق و گاهی آجری، حداکثر تقارن در پلان، تنوره باید خوش‌چشم باشد اما الزام هندسی ندارد. ضلع افقی ترک‌های طاس تا حد ممکن برابر باشد.
محسن بانی‌زاده (استادکار اصفهانی) با ۳۲ سال تجربه کار	مساوی بودن زوایای شعاعی شمس و ترنجه‌ها، مساوی بودن ضلع بزرگ ترنجه‌ها و شاپرک‌ها و پلاریک‌ها تا جای ممکن، میزان اختلاف یعنی اگر ضلع بزرگ ترنج ۲۰ باشد، اضلاع بزرگ پلاریک و شاپرک نهایتاً ۲۲ یا ۱۸ می‌توانند باشند (با اختلاف ده درصد)، حداکثر تقارن در پلان، مساوی بودن ضلع افقی ترک‌های طاس در پلان در صورت امکان.

استادکاران	الزامات هندسی ترسیم پلان مقرنس در عمل استادکاران
رضا دیشیدی (استادکار مشهدی)، با بیش از ۶۰ سال تجربه کار	مساوی بودن زوایای شعاعی شمشه و ترنج‌ها، مساوی بودن ضلع بزرگ ترنج‌ها و شاپرک‌ها و پاباریک‌ها تا حد امکان به طور کامل (مقرنس آجری چون درشت‌تر است، مساوی نبودن اضلاع بزرگ پاباریک‌ها و شاپرک‌ها و ترنج‌ها، به چشم می‌آید و نامطلوب است)، روی دایره قرار گرفتن رأس پایین پاباریک‌های دور تنوره.
ابراهیم مظلوم‌زاده (استادکار اصفهانی / تهرانی / قمی)، با ۴۳ سال تجربه کار	مساوی بودن زوایای شعاعی شمشه و ترنج‌ها، مساوی بودن ضلع بزرگ ترنج‌ها و شاپرک‌ها و پاباریک‌ها تا جای ممکن، (نهایتاً با اختلاف ده درصد)، حداکثر تقارن در پلان.
مهدی آسخی (استادکار کاشانی) با ۴۵ سال تجربه کار	مساوی بودن زوایای شمشه و ترنج‌ها، مساوی بودن ضلع بزرگ ترنج‌ها و شاپرک‌ها (با اختلاف دایره ۱۸ و ۲۰ و ۲۳)، حداکثر تقارن در پلان (۹۰ درصد باید تقارن وجود داشته باشد)، رأس انتهایی پاباریک تنوره‌ها باید روی یک دایره قرار گیرند (طاس‌های بین پاباریک‌ها می‌توانند عمق مختلف داشته باشند)، ترک‌های طاس تا حد ممکن برابر باشد (گاهی که دو ضلع طاس دو ضلع از تخت است، شاید این امکان وجود نداشته باشد).
علی محمودنژاد (استادکار قمی) با ۵۰ سال تجربه کار	مساوی بودن زوایای شمشه و ترنج‌ها، مساوی بودن ضلع بزرگ ترنج‌ها و شاپرک‌ها (در حد یک یا دو سانتی‌متر در دهانه‌های ۳ متر به بالا اشکال ندارد)، حداکثر تقارن در پلان (تا جای ممکن). رأس انتهایی پاباریک تنوره‌ها باید روی یک دایره قرار گیرند. ترک‌های طاس ضروری نیست که برابر باشند.
حسین یزبری (استادکار قزوینی) با ۵۸ سال تجربه کار	مساوی بودن زوایای شمشه و ترنج‌ها، مساوی بودن ضلع بزرگ ترنج‌ها و شاپرک‌ها (در حد یک یا دو سانتی‌متر در دهانه‌های ۳ متر به بالا اشکال ندارد)، حداکثر تقارن در پلان (تا جای ممکن). رأس انتهایی پاباریک تنوره‌ها باید روی یک دایره قرار گیرند. ضروری نیست که ترک‌های طاس برابر باشند.



الف



ب



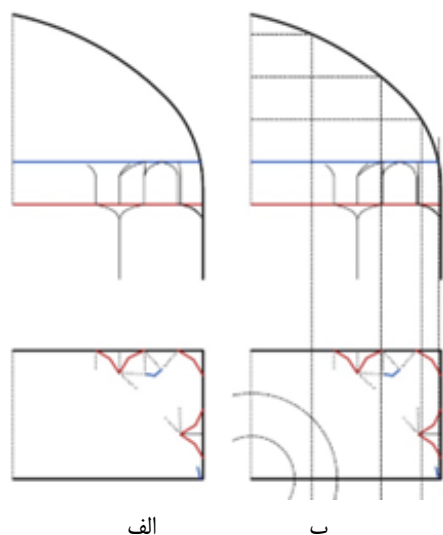
ج

در انتخاب استادکاران مقرنس، اولین مسئله که مورد توجه قرار داشته، یا شهرت ملی آن‌ها (مثل رضا دیشیدی) یا معرفی از سوی سازمان میراث فرهنگی و صندوق احیا و بهره‌برداری بناهای تاریخی، به عنوان استادکار در مناطق مرکزی ایران و با در نظر گرفتن تجربه کاری بیش از ۳۰ سال بوده است. از جدول ۴، چنین برمی‌آید که مساوی بودن زوایای شعاعی شمشه و ترنج‌ها و مساوی بودن ضلع بزرگ ترنج‌ها و شاپرک‌ها و پاباریک‌ها (با اختلاف حدود ده درصد)، ویژگی مشترک ترسیم مقرنس از نگاه استادکاران بوده است.

۲-۶. تحلیل یافته‌ها

مقرنس آجری ایوان جنوبی مسجد جامع ساوه، در اوایل دهه ۷۰ هجری شمسی، با ۸ قطار بازسازی شده است، (شکل ۳ الف). مقرنس ریخته ایوان جنوبی مسجد ساوه در اواخر دهه ۵۰ شمسی در شکل (ب) آمده است و تصویر مادام دیولافوا از این مقرنس در دوره قاجار در شکل (ج) نشان داده شده است. این تصویر قطار اول را به طور کامل و بخش عمده قطار دوم را در معرض دید می‌گذارد.

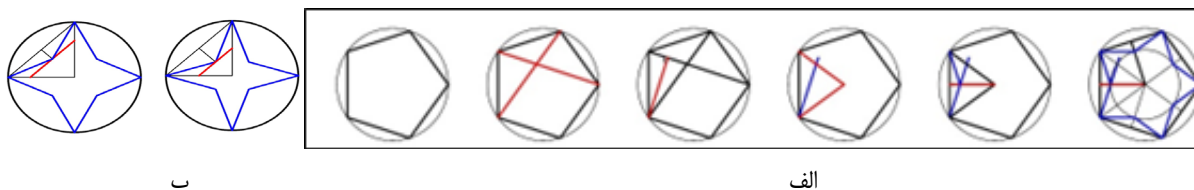
شکل ۳: مقرنس نیم کار ایوان جنوبی مسجد جامع ساوه: الف) وضع موجود. ب) اواخر دهه ۵۰ شمسی، منبع: اداره میراث فرهنگی ساوه ج) دوره قاجار. تصویر مادام دیولافوا. مساوی بودن ارتفاع قطارها با رنگ قرمز مشخص شده است.



شکل ۵: تشخیص تعداد قطار، الف) قطارهای اصیل برج‌مانده، ب) ترسیم لب قطارهای دیگر روی نما براساس فاصله بین تخته قطار اول و دوم در الف)

طول ضلع بزرگ پاباریک‌های باقیمانده تخته (شکل ۵ ب)، برابر با سه‌پنجم ارتفاع باقی‌مانده از قطار ۲ است. اندازه ضلع ترنج نیز به همین مقدار در نظر گرفته شده است (با توجه به جدول ۳ و ۴).

برای تشخیص نوع شمشه، از داده‌های جدول ۳ بهره گرفته می‌شود. شمشه مقرنس‌های نمونه، از نوع ۸، ۱۲، ۱۶، ۲۲ و ۲۴ هستند. شمشه ۲۲ در نمونه با زمینه خاص است که به فراخور زمینه پدید آمده است، بنابراین، شمشه‌های ۸، ۱۲، ۱۶ و ۲۴ مورد آزمون قرار می‌گیرند. در مورد پرتکرارترین تخته‌ها در مقرنس‌های جامعه آماری، باید از ستاره ۴ پر و ستاره ۵ پر نام برد. تخته ۵ در تمام نمونه‌های جامعه آماری، ۵ شل، (شکل ۶ الف) دارد و زاویه تورفتگی بین دو پر در ستاره ۴ پر، بین یک‌دوم و یک‌سوم نیمه ارتفاع مربع محیطی تخته است (شکل ۶ ب).



شکل ۶: تخته‌های پرتکرار در نمونه‌ها؛ الف) رسم ۵ شل، ب) رسم انواع ستاره ۴ پر

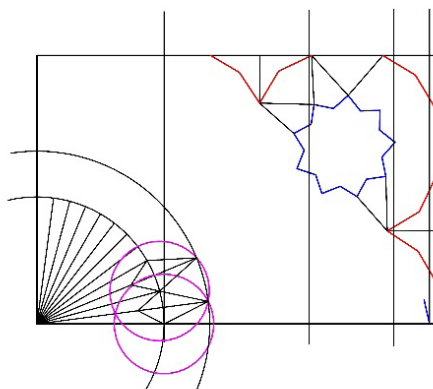
با تطبیق عکس قدیمی و عکس وضع موجود (هم‌زاویه بودن هر دو عکس)، بخش‌های اصیل بر روی مقرنس بازسازی شده، مشخص می‌شود: این بخش شامل کل قطار اول و بخش‌هایی از تخته تنوره قطار دوم و برخی از دیگر عناصر این قطار است. قوس نمای مقرنس از گذشته باقی مانده است که با توجه به عکس تخته، تطبیق کاملی با قوس سه‌قسمتی کند دارد (شکل ۴).



شکل ۴: قوس نما، ایوان جنوبی مسجد جامع ساوه، دی ماه ۱۴۰۲. عکس قدیمی برج‌مانده از دوره قاجار، آشکار می‌کند که این مقرنس دارای قطارهایی با ارتفاع مساوی بوده است. قطارهای باقی‌مانده، در (شکل ۵ الف)، ترسیم شده است. با فواصل مساوی، دیگر قطارها رسم شدند و سپس بنا بر آراء لرزاده، لب قطارهای به دست آمده در نما، روی پلان منتقل شده است تا شروع قطارها در پلان به دست آید (شکل ۵ ب). لب قطارهای به دست آمده نشان می‌دهند که مقرنس ۵ قطاره بوده است. بعد از مشخص شدن لب قطارها، شعاع دایره محیطی لب قطار شمشه محاسبه می‌شود که در محدوده به دست آمده در جدول ۳ هم صدق می‌کند. یعنی شعاع دایره لب قطار شمشه، بین دو دایره به شعاع یک‌سوم و دوسوم عرض زمینه قرار می‌گیرد ($\frac{1}{3} < R < \frac{2}{3}$ عرض زمینه). دوایر با شعاع یک‌سوم و دوسوم عرض زمینه در (شکل ۵ ب) مشخص شده‌اند.

آزمودن شمسۀ ۸

برای رسم تمام شمسه‌ها، ابتدا زاویه ۹۰ درجه رأس نیمه نیم‌کار، به نصف تعداد پره‌های شمسه تقسیم می‌شود. در این‌جا، برای شمسۀ ۸، زاویه ۹۰ درجه به ۴ زاویه مساوی تقسیم شده‌است، سپس، دایره‌ای به مرکز زاویه ۹۰ و شعاع لب قطار شمسه (که بر اساس تقسیمات پلان به دست آمده)، رسم می‌شود. بعد از آن، به شعاع ضلع ترنج، دو دایره رسم می‌شود تا یکدیگر را در اولین خط زاویه تقسیم شمسه قطع کنند. تقاطع دو دایره، رأس پایین ترنج را مشخص می‌کند و با امتداد اضلاع بزرگ، رأس بالای ترنج و دو ضلع کوچک آن تعیین می‌شود. شمسۀ تخریب شده، شمسۀ ۸ نبوده‌است. زیرا دو دایره، یکدیگر را در خارج از لب قطار شمسه، قطع نمی‌کنند (شکل ۷).



شکل ۸: آزمودن شمسۀ ۲۴. (بقایای مانده از تخت تنوره در قطار ۲، با ستاره ۸ پر و ۹ پر سازگار است. در این‌جا، با فرض ستاره ۹ پر رسم شده‌است)

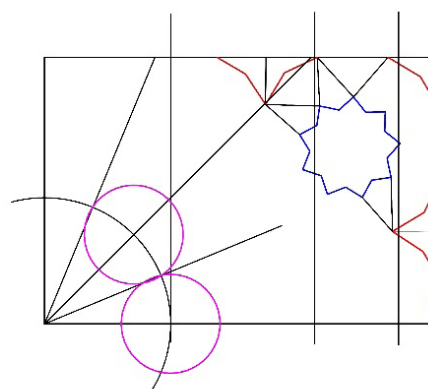
۲) آزمودن شمسۀ ۱۶ و ۱۲

شمسۀ ۱۶ و شمسۀ ۱۲، برای انواع حالت‌های ممکن که از گونه‌شناسی مقرنس‌های نمونه حاصل شده و امکان تعلق پلان به گونه‌های مختلف، مورد بررسی قرار می‌گیرد (جدول ۵).

الف) اگر شمسۀ ۱۲ در این مقرنس به کار رفته باشد و نقطه شروع لب قطار ماقبل با دو عنصر پُر که در یک نقطه مشترک هستند، به نقطه انتهایی ترنج رسیده باشد (با فرض شمسۀ ۱۲ و گونه A)

۱) بررسی گونه A (عنصر دوم (شاپرک) ضلع مشترک داشته باشد با مدنی‌ای که بالای تخت ستاره‌ای است):

در بین نمونه‌ها این تخت در سمت راست خود، رأس مشترک با یک پاباریک دارد که به تخت تنوره‌دار وصل می‌شود. با توجه به جدول ۳، غالباً تخت‌ها در قطار ماقبل آخر یا تخت ۴ پر یا تخت ۵ پر هستند. بنابراین، این تخت‌ها مورد آزمون قرار می‌گیرند. فرض بر این گرفته می‌شود که هر دو تخت ستاره ۴ پر باشند؛ در این گزینه، رأس انتهایی پاباریک تنوره که نزدیک به خط زمینه شده، باید در لب قطار ۳ قرار بگیرد. اما به دلیل فاصله کم، امکان بودن دو قطار دیگر بین این پاباریک و عناصر موجود قطار اول فراهم نمی‌شود (اندازه تخت‌ها با توجه به اندازه مجاز ممکن برای پاباریک‌ها یعنی یا طول ضلع بزرگ ترنج یا با ده صد تفاوت با آن، انتخاب شده



شکل ۷: آزمودن شمسۀ ۸ (بقایای مانده از تخت تنوره در قطار ۲، با ستاره ۸ پر و ۹ پر سازگار است. در این‌جا، با فرض ستاره ۹ پر رسم شده‌است).

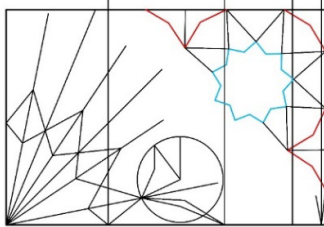
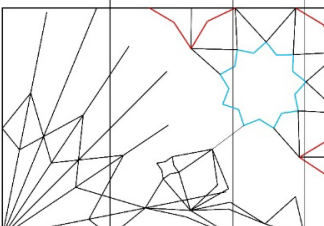
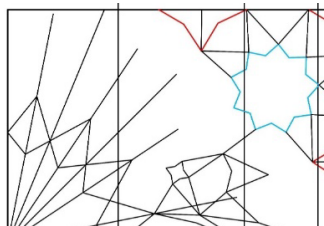
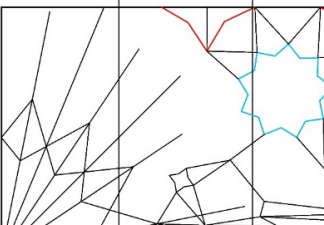
۱) آزمودن شمسۀ ۲۴

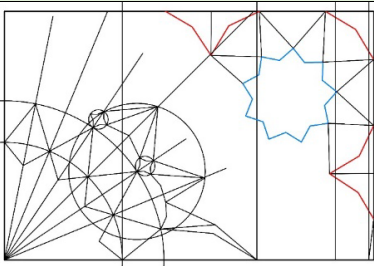
زاویه رأس بالای ترنج در بررسی شمسۀ ۲۴ برابر با ۶۶ درجه خواهد شد. این مقدار با داده‌های جدول ۳ که زاویه‌ای بیش از ۹۰ درجه را برای این موضع پیشنهاد می‌کند، مغایرت دارد. علاوه بر این، از دیدگاه اجرایی نیز، ایجاد زاویه‌ای به این کوچکی در رأس بالای ترنج با چالش‌های جدی در آجرچینی طاس متصل به آن همراه خواهد بود. به همین دلیل، شمسۀ ۲۴ قابل قبول نیست. (شکل ۸).

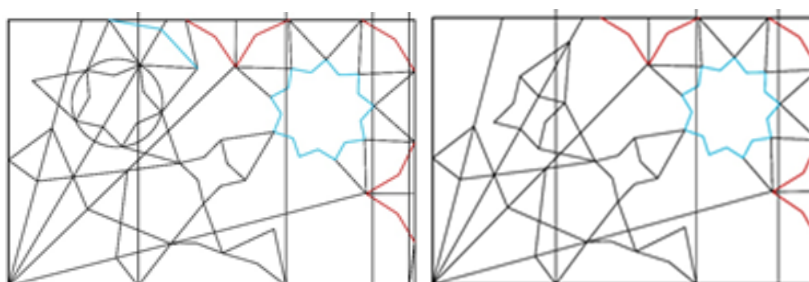
جدول ۵: تحلیل برخی چیدمان‌های ممکن برای قطارهای ریخته‌مقرنس مسجد جامع ساوه، با توجه به دیاگرام گونه‌شناسی (شکل ۲)

حالت‌های مختلف چیدمان عناصر با فرض شمس ۱۲ یا ۱۶ برای قطارهای ریخته‌مقرنس مسجد جامع ساوه با توجه به گونه‌ها			
شمس ۱۲	گونه A _۱ عنصر دوم (شاپرک) ضلع مشترک دارد با مدنی‌ای که بالای تخت ستاره‌ای است.	الف) گونه A در قطار ماقبل آخر، شروع لب قطار با دو عنصر پرکننده که در یک نقطه مشترک هستند، به نقطه انتهایی ترنج می‌رسد.	در بخش الف) آزمودن شمس ۱۲ و ۱۶، شماره ۱ بررسی می‌شود.
	گونه A _۲ عنصر دوم (شاپرک) ضلع مشترک دارد با مدنی‌ای که بالای پرک است.		این گزینه رد می‌شود. زیرا فاصله رأس پایین پرک با تخت، زیاد است و حتی با زیاد کردن اضلاع دو عنصر اول قطار، این مشکل رفع نمی‌شود (زیر مدنی، پرک قرار دارد و پرک متعلق به قطار ۳ است و خود مدنی به قطار ۳ و ۴ تعلق دارد. پس باید رأس انتهایی پرک، به تخت ۹ متصل شود که از نظر هندسی ممکن نیست).
	گونه A _۳ عنصر دوم (شاپرک) ضلع مشترک دارد با شاپرکی که زیر طاسی دو ترکی است.		این گزینه رد می‌شود. زیرا علی‌رغم این که با انتخاب بیشینه اضلاع، امکان اتصال ضلع شاپرک دوم به شاپرک زیر طاس به وجود می‌آید، اما فاصله با قطار دوم (تخت آبی) زیاد می‌شود و اتصال قطار دوم به سوم با ضلعی بیش از بیشینه ضلع مجاز ممکن می‌شود.
	گونه B در قطار ماقبل آخر، شروع لب قطار با یک عنصر پرکننده به نقطه انتهایی ترنج می‌رسد.	ب) گونه B در قطار ماقبل آخر، شروع لب قطار با یک عنصر پرکننده به نقطه انتهایی ترنج می‌رسد.	این گزینه رد می‌شود. زیرا با احتساب بیشینه اضلاع مجاز برای شاپرک (ده درصد بیشتر از ضلع در نظر گرفته شده برای ترنج)، باز هم این شاپرک به نقطه انتهایی ترنج نمی‌رسد (اضلاع شاپرک، شعاع دوایر سبز هستند).
	گونه C شمس و ترنج ندارند.		این گزینه رد می‌شود. زیرا تعداد قطارها بیش از سه عدد است.
	گونه A _۱ عنصر دوم (شاپرک) ضلع مشترک دارد با مدنی‌ای که بالای تخت ستاره‌ای است.		در بخش ب) آزمودن شمس ۱۲ و ۱۶، شماره ۱ بررسی می‌شود.

حالت‌های مختلف چیدمان عناصر با فرض شمس ۱۲ یا ۱۶ برای قطارهای ریخته‌ی مقرنس مسجد جامع ساوه با توجه به گونه‌ها			
شمس ۱۶	در قطار ماقبل آخر، شروع لب قطار با دو عنصر پرکننده که در یک نقطه مشترک هستند، به نقطه انتهای ترنج می‌رسد.	گونه A ₂ عنصر دوم (شاپرک) ضلع مشترک دارد با مدنی‌ای که بالای پرک است.	این گزینه رد می‌شود. از آنجایی که مدنی در قطارهای سوم و چهارم قرار دارد، رأس انتهایی پرک باید به تخت ۹ متصل شود تا با ترتیب قرارگیری قطارها مطابقت داشته باشد. با این حال، به دلیل فاصله زیاد بین این دو نقطه و وجود یک طاس اضافی که در واقع یک قطار جدید را ایجاد می‌کند، این اتصال امکان‌پذیر نیست.
		گونه A ₃ عنصر دوم (شاپرک) ضلع مشترک دارد با شاپرکی که زیر طاسی دو ترکی است.	اگر شاپرک زیر طاس دو ترکی، ضلع مشترک با پرک داشته باشد و پرک، ضلع مشترک با پاباریک تخت تنوره ۴ داشته باشد: این گزینه رد می‌شود. از آنجایی که، تخت ۴ در قطار ۴ است و شاپرک زیر دوپاباریک تنوره باید در قطار ۳ باشد، اما از آنجایی که ضلع شاپرک بیش از حد مجاز بیشتر می‌شود، این چیدمان قابل قبول نیست.
			اگر شاپرک زیر طاس دو ترکی، ضلع مشترک با پرک داشته باشد و پرک، ضلع مشترک با پاباریک تخت تنوره ۵ داشته باشد: این گزینه رد می‌شود. با توجه به این که بین پاباریک‌های تنوره، باید طاس قرار بگیرد، شاپرک زیر طاسی بین پاباریک‌ها در قطار ۳ قرار می‌گیرد، اتصال آن با رأس شاپرک قطار ۱، ترتیب لب قطار را با مشکل مواجه می‌کند.
		گونه B ₁ شاپرک ضلع مشترک داشته باشد با طاس، طاس با شاپرک و شاپرک با پاباریک تنوره.	این گزینه رد می‌شود. چون طاس مذکور باید نسبت به خط زاویه‌ای شمس، متقارن باشد. اگر به طاس، شاپرک و پاباریک به هر نحوی متصل شوند، آن‌گاه محور تقارن تخت تنوره، در امتداد خط زاویه‌ای که از رأس پایین ترنج می‌گذرد، قرار می‌گیرد که از نظر هندسه چیدمان صحیح نیست. زیرا، تخت تنوره باید بین دو ترنج قرار گیرد.

حالت‌های مختلف چیدمان عناصر با فرض شمس ۱۲ یا ۱۶ برای قطارهای ریخته‌ی مقرنس مسجد جامع ساوه با توجه به گونه‌ها			
		(ب) گونه B	نقطه شروع لب قطار ماقبل آخر با
حالت اول: این طاس دو ترکی باشد. این گزینه رد می‌شود. چون لب قطار شاپرک زیر طاس بین دو پاباریک، باید در قطار ۳ باشد و با توجه به فاصله زیاد تا شروع قطار، عناصر تعریف شده‌ای بین قطار ۲ و ۳ پدید نمی‌آید.	گونه B ₂₁	شاپرک با پرک، ضلع مشترک داشته باشد و ضلع دیگر پرک، مشترک با پاباریک تنوره باشد و بین دو پاباریک تنوره، یک طاس قرار گیرد.	یک شاپرک به نقطه انتهایی ترنج رسیده است.
			
حالت دوم: بین دو پاباریک طاس دو ترکی نباشد (چند ترکی باشد). این گزینه نیز رد می‌شود. چون اتصال رئوس انتهایی عناصر قطار ۳ با لب قطار ۲ به دلیل فاصله زیاد، با مشکل مواجه می‌شود.			
			
این گزینه هم رد می‌شود. زیرا رأس انتهایی پرک زیر مدنی باید در لب قطار ۱ قرار بگیرد. با توجه به طول ضلع‌های زیاد (بیش از حد مجاز)، این گزینه نمی‌تواند مقبول باشد.	گونه B ₂₂	شاپرک با پرک ضلع مشترک داشته باشد و ضلع دیگر پرک، مشترک با پاباریک تنوره باشد و بین دو پاباریک تنوره، یک مدنی قرار گیرد.	
			
این گزینه رد می‌شود. زیرا شاپرکی که بین دو پاباریک قرار می‌گیرد باید انتهایش به قطار ۲، یعنی تخت ۹ متصل شود که فاصله زیاد است (اندازه تخت ۴ پرتوی در نظر گرفته شده که طاس تا حدی متقارن باشد. تخت بزرگ‌تر، تقارن را برهم می‌زند).	گونه B ₃		

حالت‌های مختلف چیدمان عناصر با فرض شمس ۱۲ یا ۱۶ برای قطارهای ریخته‌ی مقرنس مسجد جامع ساوه با توجه به گونه‌ها			
			
این گزینه رد می‌شود. زیرا تعداد قطارها بیش از سه عدد است.		(ج) گونه C شمسه و ترنج ندارند.	



ب

الف

شکل ۹: بررسی گونه، با آزمون شمس ۱۲. الف) همشینی دو تخت ۴ پر. ب) همشینی تخت ۴ و ۵ پر

باشد با مدنی‌ای که بالای تخت ستاره‌ای است) ابتدا فرض می‌شود که تخت تنوره برجامانده قطار ۲، تخت ۹ پر بوده باشد:

اگر حالتی در نظر گرفته شود که این مدنی بالای تخت ۵ پر قرار بگیرد، با توجه به این که بین دو پاباریک تنوره باید طاس قرار بگیرد و شاپرک زیر این طاس باید در قطار ۲ باشد، چیدمان (شکل ۱۰ الف) اتفاق می‌افتد که با توجه به این که عنصر پدید آمده به رنگ مشکی در شکل، نه می‌تواند طاس باشد نه پاباریک، پس وجود تخت ۵ پر در اتصال با مدنی رد می‌شود. اگر فرض شود که تخت اول ستاره ۴ پر باشد و براساس چیدمان‌های عناصر پلان‌های دیگر در جدول ۳، تخت دوم ستاره ۵ پر باشد، از آنجایی که بین پاباریک‌های تنوره باید طاس قرار بگیرد و شاپرک زیر این طاس باید در قطار ۳ باشد، اتصال رأس انتهایی شاپرک به قطار ۱ نادرست و این گزینه هم مردود است (شکل ۱۰ ب).

است). پس این گزینه پذیرفتنی نیست (شکل ۹ الف). فرض دیگر این است که تخت اول، ستاره ۴ پر و دومی ستاره ۵ پر باشد (شکل ۹ ب). این گزینه هم مردود است. زیرا جایی برای قطار ۳ نمی‌ماند (قطار ۱ به رنگ قرمز و قطار ۲ به رنگ آبی است و تخت ۵ پر در قطار ۴ است).

اگر فرض شود که تخت اول، ستاره ۵ پر باشد، از آنجایی که رأس انتهایی دو پاباریک آن باید به تخت آبی رنگ متصل شوند و اتصال معنی‌دار اتفاق نمی‌افتد، این گزینه هم پذیرفتنی نخواهد بود. چه تخت باقی‌مانده از گذشته (تخت با اضلاع آبی) تخت ۹ پر باشد، چه تخت ۸ پر، مواردی که درباره شمس ۱۲ گفته شد، برای آن‌ها برقرار است. پس شمس ۱۲ احتمالاً در این نمونه به کار نرفته است.

ب) اگر شمس ۱۶ در این مقرنس به کار رفته و نقطه شروع لب قطار مقابل با دو عنصر پُرکننده که در یک نقطه مشترک هستند، به نقطه انتهایی ترنج رسیده باشد (با فرض شمس ۱۶ و گونه A)

(۱) بررسی گونه A_۱ (عنصر دوم (شاپرک) ضلع مشترک داشته

اگر در نظر گرفته شود که تخت ۴ کنار تخت ۴ باشد، با توجه به هم‌نشینی‌های عناصر پلان مقرنس‌ها در [جدول ۳](#)، [شکل ۱۱](#) الف حاصل می‌شود که می‌تواند یک گزینه بوده باشد و [شکل ۱۱](#) ب، پلان احتمالی را به صورت تکمیل شده و با مشخص بودن لب قطارها نشان می‌دهد.

تخت ۵ در محور عمودی آزمون می‌شود. علی‌رغم مساوی نبودن اضلاع بزرگ پاباریک‌های تخت ۵ با هم، [شکل ۱۲](#) الف نیز می‌تواند گزینه مقبولی باشد. [شکل ۱۲](#) ب، پلان احتمالی را به صورت تکمیل شده و با مشخص بودن لب قطارها نشان می‌دهد.

مراحل گفته شده با فرض این که تخت به جامانده در قطار ۲، تخت تنوره ۸ پر بوده باشد، بررسی می‌شود. دو پلان دیگر هم با این فرض می‌توانند گزینه احتمالی باشند ([شکل ۱۳](#)، الف و ب).

با توجه به فراوانی بهره‌گیری از تخت ستاره ۴ پر و ۵ پر در نمونه‌های پژوهش، این دو نوع مورد آزمون قرار گرفت.

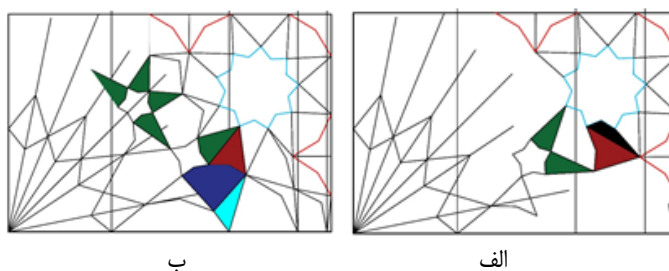
۷. نتیجه‌گیری

از آنجایی که نمی‌توان قواعد دقیق هندسی برای ترسیم مقرنس ارائه کرد، بازیابی بخش‌های از بین رفته از یک مقرنس با چالش روبه‌رو خواهد بود. این پژوهش، برای بازیابی فرم مقرنس آجری مسجد جامع ساوه (متفاوت از فرم بازسازی‌شده کنونی که تعداد قطارها را مطابق با تعداد قطارهای اولیه نشان نمی‌دهد)، با توجه به برخی ویژگی‌های مشترک در پلان مقرنس‌های جامعه آماری پژوهش، گونه‌شناسی آن‌ها، قطارهای باقی‌مانده از مقرنس آجری مسجد جامع ساوه و رویکرد معماران سنتی در ترسیم پلان مقرنس، پیشنهاداتی ارائه کرده است.

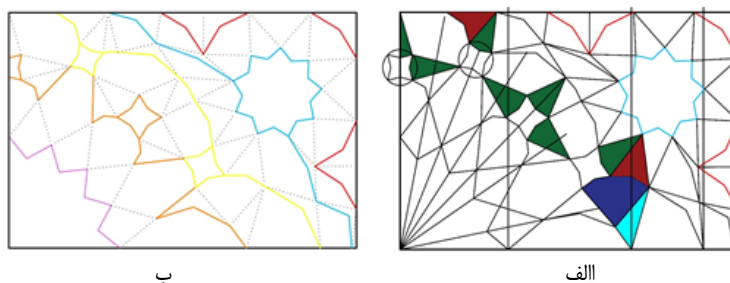
با بهره‌گیری از هندسه عملی نظری (زیرمجموعه‌ای از هندسه عملی)، که از طریق مصاحبه با برخی استادکاران شاخص مقرنس در مناطق مرکزی ایران و مقرنس‌کاران حوزه ملی در زمینه ترسیم پلان مقرنس انجام گرفت، پژوهشگران این پژوهش، به حدودی که معماران سنتی مقرنس‌کار برای اضلاع منحنی عناصر مقرنس به کار می‌برند (مساوی با طول ضلع بزرگ ترنج یا با ده درصد تفاوت با آن) دست پیدا کردند.

این تقریب، توانست در بازیابی بخش‌های مفقود پلان مذکور راهگشا باشد. در پلان مقرنس‌های آجری دارای تخت مساجد تاریخی مناطق مرکزی ایران، برخی ویژگی‌های پرتکرار، از جمله نوع شمشه‌ها، چگونگی تخت‌ها و بعضی چیدمان‌ها در قطارها مورد بررسی قرار گرفت. از آنجایی که بیشترین مشابهت در چیدمان عناصر پرکننده در قطار ماقبل آخر مقرنس‌ها قابل مشاهده است، با توجه به این چیدمان، گونه‌شناسی انجام و با در نظر گرفتن بخش‌های باقی‌مانده پلان مقرنس مسجد جامع ساوه، احتمال تعلق این پلان به گونه‌های مختلف، بررسی شد. هم‌نشینی‌های پرتکرار عناصر مقرنس، همچون قرار گرفتن طاس بین پاباریک‌های تنوره، اتصال تخت غیرتنوره‌ای از دو طرف به طاس و اتصال پاباریک زیر تخت غیرتنوره با شاپرک (ضلع مشترک داشتن این پاباریک و شاپرک)، اتصال مدنی به ستاره تخت و یا پرک و قرار گرفتن حجم آن در قطار بالای ستاره یا پرک از اهم مواردی است که برای بازیابی مقرنس تخریب شده مذکور مؤثر واقع شد. تحلیل‌های پژوهش نشان داد که فرم اولیه مقرنس آجری نیمکار ایوان جنوبی مسجد جامع ساوه ۸ قطاره نبوده است.

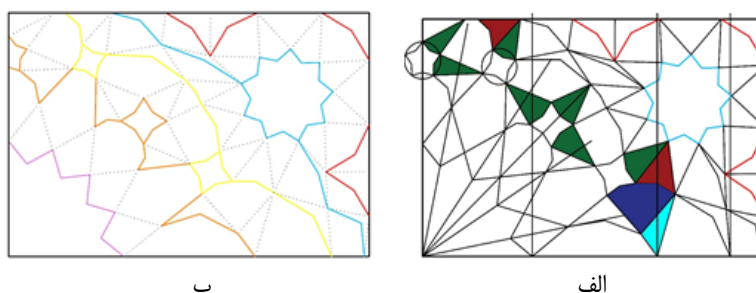
با شناسایی بخش‌های باقی‌مانده این مقرنس، بازیابی پلان با ۵ قطار ارائه و با توجه به نمونه‌های مورد بررسی در پژوهش، پلان با شمشه ۱۶، و با تعلق به گونه A_1 پیشنهاد شد. در گونه A_1 ، چیدمان عناصر پرکننده قطار ماقبل آخر، با دو عنصر پرکننده که در یک نقطه اشتراک دارند، شروع شده‌است؛ عنصر پرکننده دوم، با یک مدنی ضلع مشترک دارد که در بالای تخت ستاره‌ای قرار گرفته‌است و این تخت، همجوار یک تنوره قرار دارد و در ادامه چیدمان مذکور، نظم تخت غیر تنوره همجوار تخت تنوره در این قطار تکرار می‌شود. با فرض تخت تنوره ستاره ۹ پر و یا تخت تنوره ستاره ۸ پر در قطار دوم، چهار پلان برای مقرنس نیمکار ایوان جنوبی مسجد جامع ساوه ارائه می‌شود که هر ۴ پلان به گونه A_1 تعلق دارند و دارای شمشه ۱۶ هستند. پلان‌های حاصل شده، بر اساس مقرنس‌های جامعه آماری هستند و روشی را برای بررسی‌های بیشتر عرضه می‌کنند ([جدول ۴](#)).



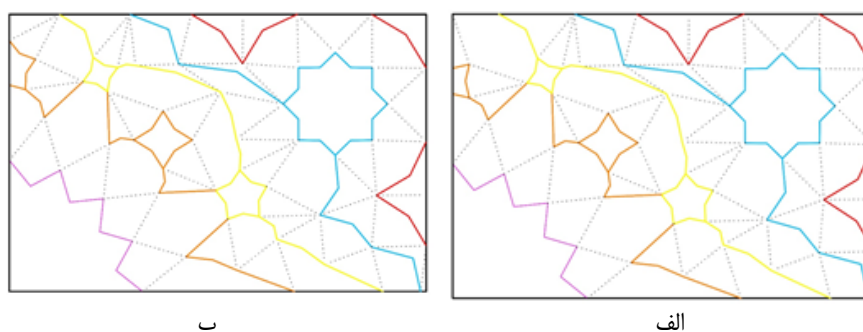
شکل ۱۰: بررسی گونه A_1 ، با آزمون شمس ۱۶ و تخت ۴ و ۵ پر



شکل ۱۱: گزینه احتمالی برای قطارهای ریخته مقرنس با فرض تنوره ۹ در قطار ۲، الف) جانمایی عناصر، ب) پلان تکمیل شده.

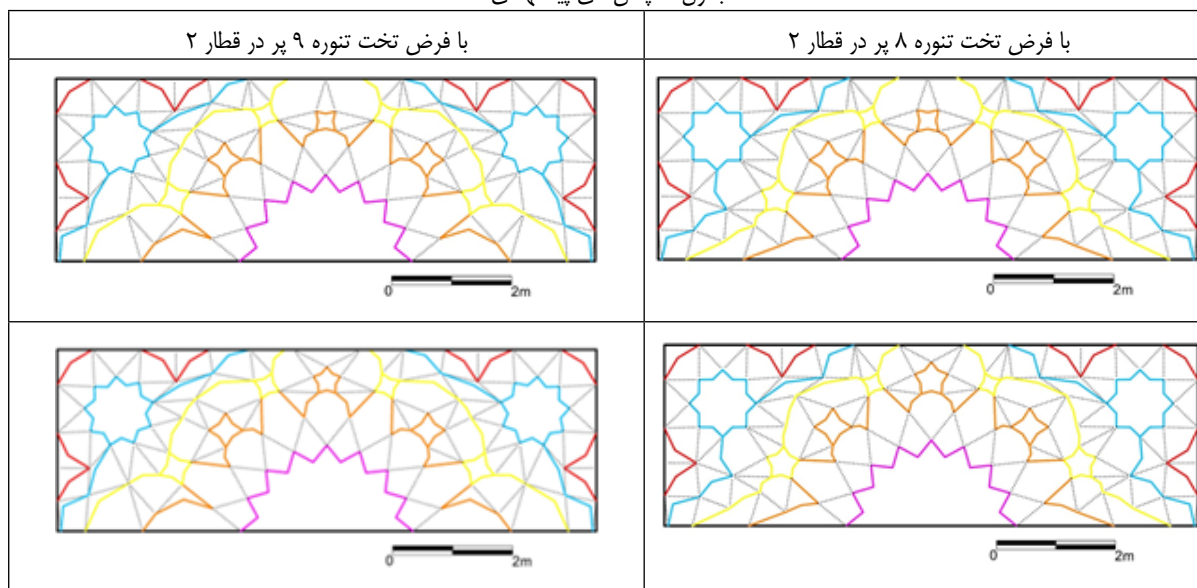


شکل ۱۲: گزینه احتمالی برای قطارهای ریخته مقرنس با فرض تنوره ۹ در قطار ۲؛ الف) جانمایی عناصر، ب) پلان تکمیل شده.



شکل ۱۳: گزینه‌های احتمالی برای مقرنس با فرض تنوره ۸ در قطار ۲؛ الف) تنوره ۴ پر روی خط نیمه، ب) تنوره ۵ پر روی خط نیمه.

جدول ۶: پلان‌های پیشنهادی



پی‌نوشت‌ها

^۱ عنصر پرکننده: در مقرنس عناصری که در حجم، فضاهای بیرون‌زده را ایجاد می‌کنند، عنصر پرکننده نامیده می‌شوند که شامل ترنج، پاباریک، شاپرک و پرک هستند.

^۲ معرفی مجمل، از استادکاران مقرنس: (منبع: مصاحبه حضوری با استادکاران، نگارندگان)

(۱) ماشاالله باباییان، استادکار کاشانی، از شاگردان استاد اصغر تسلط کاشانی، حاج مهدی خداداد قمی، حاج علی رحیمی کاشانی. چند نمونه از کارهای مقرنس: مقرنس سردر حسینیة ۴ سوق آران، مقرنس سردر و زیر گنبد زیارت حبیب‌بن موسی کاشان.

(۲) رضا پنجه‌پور، استادکار اصفهانی/تهرانی. از شاگردان استاد اصغر پنجه‌پور (پدر) و خودآموخته مقرنس. چند نمونه از کارهای مقرنس: مقرنس محراب مسجد امام باقر در خیابان هشت بهشت اصفهان، مقرنس سردر مسجد جامع دولت آباد اصفهان.

(۳) محسن بانی‌زاده، استادکار اصفهانی، از شاگردان مصطفی بانی‌زاده (عمو). چند نمونه از کارهای مقرنس: مقرنس سردر امامزاده اسحاق خوراسگان، مقرنس سردر مسجد امام صادق خیابان ۸ بهشت اصفهان.

(۴) رضا دیشیدی، استادکار مشهدی، از شاگردان مهندس فروغی در دانشکده فنی دانشگاه تهران و معماران سنتی

آستان قدس همچون پدرشان و حاج آقای خوش‌دست و حاج صادق رأفتی و محمدحسین رضوان. چند نمونه از کارهای مقرنس: مقرنس ورودی‌های توسعه حرم شاه‌چراغ شیراز، مقرنس مسجد میدان آرژانتین در تهران.

(۵) ابراهیم مظلوم‌زاده، استادکار اصفهانی/تهرانی/قمی. از شاگردان استاد اصغر مظلوم‌زاده (پدر). چند نمونه از کارهای مقرنس: مقرنس زیر گنبد مسجد امام حسن عسگری قم، مقرنس سر در صحن امام هادی در حرم عبدالعظیم، مقرنس‌های مدرسه معصومیه قم.

(۶) مهدی آسخی: استادکار کاشانی. از تعالیم حاج حیدر عشق‌آبادی (شوهر خاله) بهره‌مند شده است. چند نمونه از کارهای مقرنس: مقرنس حسینیة میدان ولی سلطان، مقرنس مسجد قائمیه جمال‌آباد، مقرنس سردر مسجدالنبی نیاسر.

(۷) علی محمودنژاد: استادکار قمی. از شاگردان حاج عباس محمودنژاد (پدر) در سفت‌کاری و حسین لرزاده در رسمی و یزدی‌بندی و مقرنس و سرقلم. چند نمونه از کارهای مقرنس: مقرنس مسجد ولی‌عصر قم، مقرنس مسجد جامع والفجر و مقرنس مسجد شهید بهشتی تهران.

(۸) حسین یزبری: استادکار قزوینی، از شاگردان محمد یزبری (عمو) و استاد تقی عباسیان‌پور. چند نمونه از کارهای مقرنس: مقرنس حسینیة امیرالمؤمنین قزوین، مرمت مقرنس حسینیة امینی‌ها در قزوین، قطاربندی مسجد امام حسن عسگری قزوین

انتخاب شمس ۲۲ در مقرنس نیمکار ایوان شرقی مسجد جامع اصفهان، به دلیل زمینه بوده است (ترسیم: نگارندگان).



Ainechi, S., & Valibeig, N. (2020). The Typology of Karbandis Based on the Geometry of the Teachings of Traditional Master Builders from the Point of View of Theoretical and Practical Geometry. *Athar*, 41(4): 394-414. [In Persian]

Dold Samplonius, Y. (1992). Practical Arabic Mathematics: Measuring the Muqarnas by al K^{ash} i. *Centaurus*, 35(3): 193-242.

Dold-Samplonius, Y., & Harmsen, S. L. (2005). The muqarnas plate found at Takht-i Sulayman: a new interpretation. *Muqarnas*, 1(22): 85-94.

Dold-Samplonius, Y., & Harmsen, S. L. (2015). Muqarnas: Construction and reconstruction. *Architecture and Mathematics from Antiquity to the Future: Volume I: Antiquity to the 1500s*: 709-719.

Farahani, A. (2000). Jame Mosque of Saveh. Tehran: Cultural Heritage Organization. [In Persian]

Gámiz-Gordo, A., Ferrer-Pérez-Blanco, I., & Reinoso-Gordo, J. F. (2023). A Deformed Muqarnas Dome at the Sala de los Reyes in the Alhambra: Graphic Analysis of Architectural Heritage. *Heritage*, 6(12): 7400-7426.

Gámiz Gordo, A., & Perez-Blanco, I. F. (2019). A grammar of muqarnas: drawings of the Alhambra by Jones and Goury (1834-1845). *VLC Arquitectura-Research Journal*, 6(2): 57-87.

Gámiz-Gordo, A., Ferrer-Pérez-Blanco, I., & Reinoso-Gordo, J. F. (2020). The Pavilions at the Alhambra's Court of the Lions: graphic analysis of muqarnas. *Sustainability*, 12(16), 6556.

Ghazarian, A., & Ousterhout, R. (2001). A muqarnas drawing from thirteenth-century Armenia and the use of architectural drawings during the Middle Ages. *Muqarnas*, 18: 141-154.

سپاسگزاری

این مقاله مستخرج از رساله دکتری نویسنده‌ی اول با عنوان «ارائه الگوریتم هندسی برای بازیابی بخش‌های مفقود مقرنس دارای نمای آجری و عنصر تخت در هندسه صفحه؛ نمونه مطالعاتی: مقرنس مساجد تاریخی در مناطق مرکزی ایران» به راهنمایی نویسندگان دوم و سوم در دانشگاه هنر اصفهان در حال انجام است.

مشارکت نویسندگان

پژوهش پیش‌رو، با همکاری همه نویسندگان انجام شده است

تضاد منافع، حمایت مالی

این مقاله فاقد هر گونه تعارض منافع و حمایت مالی است.

دسترسی به داده‌ها و مواد

داده‌های تولید و یا تحلیل شده در طول این پژوهش، در این مقاله گنجانده شده است.

References

منابع

Afshar, L., & Javadi, S. (2023). Saveh Jame Mosque, Based on Historical Narratives and Evidence. *The Monthly Scientific Journal of Bagh-e Nazar*, 19(117): 47-58. [In Persian]

Agribas, A., & Yildiz, G. (2021). Origin of Irregular Star Polygons in Ground Projection Plans of Muqarnas. *Nexus Netw J* 23, 507-548.

Agirbas, A., Yildiz, G., & Sahin, M. (2022). Interrelation between grid systems and star polygons of muqarnas ground projection plans. *Heritage Science*, 10(1), 12.

- Racisi, M., Bemanian, M., & Tehrani, F. (2013). Rethinking the Concept of Karbandi Based on theoretical geometry, practical geometry and building function. *Maremat & Me'mari-e Iran*, 3(5): 33-54. [In Persian]
- Reinoso-Gordo, J. F., Gámiz-Gordo, A., & Barrero-Ortega, P. (2021). Digital graphic documentation and architectural heritage: deformations in a 16th-century ceiling of the Pinelo Palace in Seville (Spain). *ISPRS International Journal of Geo-Information*, 10(2), 85.
- Reiszade, M and H. Mofid.)2014(. Revitalization of forgotten arts: Ancient Architecture principles. Tehran: Mola. [In Persian]
- Sharbaf, A. (2006). Gereh and Karbandi. Tehran: Cultural heritage Organization. [In Persian]
- Nikeghbal, R. (2020). The Muqarnas of the Malik-Zuzan Building: Geometric Analysis and Reconstruction. Tehran: Shahid Beheshti University. [In Persian]
- Nikpour koshkrodi. (2009). Review of Vaulting of Building of Western Balcony of Jamae Mosque of Saveh and Presenting the Design and its Renovation. Tehran: University of Art. [In Persian]
- Taheri, J. (2009). Mathematical knowledge of Architecture in the works of Kashani. *Nexus Network Journal: Architecture, Mathematics and Astronomy*, 11(1): 77-88.
- Yaghan, M. J. (2002). Decoding the two-dimensional pattern found at Takht-I Sulayman into three-dimensional muqarnas forms. *Athar*, 23(33&34): 33-53. [In Persian]
- Yaghan, M. A. J. (2003). Gadrooned-Dome's Muqarnas-Corbel: Analysis and decoding historical drawings. *Architectural Science Review*, 46(1): 69-88.
- Yaghan, M. A. (2005). Self-supporting "genuine" Muqarnas units. *Architectural Science Review*, 48(3): 245-255.
- افشار، لیلا، و جوادى، شهره. (۱۴۰۱). مسجد جامع ساوه در گذر زمان با تکیه بر روایات تاریخی و شواهد. *باغ نظر*، ۱۹ (۱۱۷): ۴۷-۵۸.
- Güzeldi, O. Z., Alaçam, S., Şen Bayram, A. K., & Lacroix, I. (2021). Measuring the Entropy of Sinan's Muqarnas Patterns. *Nexus Network Journal*, 23(1): 85-105.
- Harmsen, S. (2006). Algorithmic computer reconstructions of stalactite vaults-muqarnas-in Islamic architecture (Doctoral dissertation). Heidelberg: Ruprecht-Karls-Universität.
- Hafeznia, Mohammadreza. (2003). Political Geography of Iran. Tehran: Samt Publication. [In Persian]
- Karbasi, A., & Mofid, S. (2020). Three-dimensional Construction of Muqarnas based on Hossein Lorzadeh's Views. *Journal of Architecture and Urban Planning*, 12(25): 5-24. [In Persian]
- Kashani Ghiasaldin. (2008). Translated by Jazbi. Tagh ang Azaj. Tehran: Soroosh. [In Persian]
- Lorzadeh, Hossein. (1980). Revitalization of forgotten arts. The second volume. Tehran: Personsl. [In Persian]
- Luhman T, Robson S, Kyle Stephen & Ian Harley. (2011). Close range photogrammetry, principles, techniques and applications. Whittles Publishing.
- Moazen, S. (2017). Study of Historical and Constructional evolution of Save Jame Mosque. *Maremar & Memari e Iran*, 7(13): 35-48. [In Persian]
- Najib Oghlu, Golru (2000), Geometry and decoration in Islamic Architecture, (Topkapi petition), Translation by Bide Hendi, Mehrdad, Tehran: Rozaneh. [In Persian]
- Nejad Ebrahimi, A., & Tooranpoor, M. (2021). Investigating Geometry used in Khargerd Ghiasiyah School with Emphasis on Practical Geometry of Abolafa Bozjani. *Journal of Architecture and Urban Planning*, 13(31): 101-116. [In Persian]
- Peterson, A. (1996). Dictionary of Islamic Architecture. New York: Routledge.
- Piran, H. (2018). Practical training of Muqarnas. Tehran: Sokhanvaran. [In Persian]

- رییس زاده، مهناز و حسین مفید. (۱۳۹۳). احیای هنرهای از یاد رفته: مبانی معماری سنتی در ایران. تهران: انتشارات مولی
- شعرباف، اصغر. (۱۳۸۵). گره و کاربندی. تهران: سازمان میراث فرهنگی
- نیک اقبال، رضا. (۱۳۹۷). مقرنس بنای ملک زوزن: تحلیل هندسی و بازسازی (رساله ارشد). تهران: دانشگاه شهید بهشتی. دانشکده معماری و شهرسازی
- نیک‌پور خشک‌رودی. صغری. (۱۳۸۸). بررسی مقرنس‌کاری ایوان غربی مسجد جامع ساوه و ارائه طرح مرمت آن. (رساله ارشد رشته مرمت اشیاء فرهنگی، تاریخی). تهران: دانشگاه هنر، دانشکده هنرهای کاربردی
- یغان، محمدعلی جلال. (۱۳۸۱). رمزگشایی نقشه الگوی دو بعدی یافت شده در تخت سلیمان به اشکال سه بعدی مقرنس. اثر، ۲۳ (۳۳ و ۳۴): ۳۳-۵۳
- آیینه‌چی، شهرزاد، و ولی‌بیگ، نیما. (۱۳۹۹). جایگاه گونه‌شناسی کاربندی‌ها بر پایه آموزه‌های استادکاران سنتی از دیدگاه هندسه نظری و عملی، اثر، ۴۱ (۴): ۳۹۴-۴۱۴
- فراهانی، ابوالفضل. (۱۳۷۹). مسجد جامع ساوه. تهران: سازمان میراث فرهنگی
- حافظ‌نیا، محمدرضا. (۱۳۸۲). جغرافیای سیاسی ایران. تهران: سمت
- کرباسی، عاطفه، و مفید، سلمان. (۱۳۹۸). سه‌بعدی‌سازی مقرنس بر اساس آرای حسین لرزاده. نامه معماری و شهرسازی، ۱۲ (۲۵): ۵-۲۴
- کاشانی، غیاث‌الدین جمشید. (۱۳۸۷). رساله طاق و ازج. سید علی‌رضا جذبی، تهران: سروش
- لرزاده، حسین. (۱۳۵۹). احیای هنرهای از یاد رفته جلد دوم. تهران: شخصی. به همت محمد خواجه‌وی
- مؤذن، سجاد. (۱۳۹۶). دوره‌بندی تاریخی کالبدی مسجد جامع ساوه. مرمت و معماری ایران، ۷ (۱۳): ۳۵-۴۸
- نجیب اوغلو، گلو. (۱۳۹۷). هندسه و تزیین در معماری اسلامی (طومار تویق‌پای). م. قیومی بیدهندی، تهران: انتشارات روزنه
- نژادابراهیمی، احد، و توران‌پور، محیا. (۱۴۰۰). واکاوی هندسه به کار رفته در مدرسه غیاثیه خرگرد با تأکید بر هندسه عملی بوزجانی. نامه معماری و شهرسازی، ۱۳ (۳۱): ۱۰۱-۱۱۶
- پیران، حسن. (۱۳۹۷). آموزش کاربردی مقرنس. تهران: انتشارات سخنوران
- ریسی نافع‌چی، مهدی، بمانیان، محمدرضا و تهرانی، فرهاد. (۱۳۹۲). بازنگری در مفهوم کاربندی بر مبنای هندسه نظری، عملی و نقش ساختمانی. مرمت و معماری ایران، ۳۳ (۵): ۳۳-۵۴